

Lietuvos matematikos mokytojų asociacija

Onutė JABLONSKIENĖ
Viktorija SIČIŪNIENĖ

PLANIMETRIJOS KURSO SYSTEMINIMAS

Metodikos etiudai
(1- asis sąsiuvinis)

Vilnius, 1995

Autorės – Onutė Jablonskienė, mokytoja ekspertė,
Viktorija Sičiūnienė, mokytoja ekspertė
Recenzantai – Antanas Apynis, VU docentas,
Milda Vosylienė, PI socialinių mokslų daktarė.

ISBN 9986-459-07-9

©O. Jablonskienė, V. Sičiūnienė, 1995

©Lietuvos matematikos mokytojų asociacija, 1995

Pratarmė

Šį leidinį sudaro penki sąsiuviniai – planimetrijos kurso sisteminimo metodikos etiudai.

Pirmasis sąsiuvinis – uždavinynas, t.y. rinkinys beveik visas simetrijos kurso temos apimančių uždavinių, tinkamų spręsti klasėje, skirti juos savarankiškiems arba kontroliniams darbams. Ženkliu * pažymėtus uždavinius rekomenduojama spręsti kartu su moksleiviais.

Šiame sąsiuvinyje pateiktos pagrindinės teorinės žinios, reikalingos racionaliausiam uždavinio sprendimui, o taip pat uždavinių sprendimo pavyzdžiai ir metodinės rekomendacijos, padedančios apsaugoti moksleivius nuo galimų klaidų.

Pirmame sąsiuvinyje pateikti uždavinių atsakymai. Antrasis, trečiasis, ketvirtasis ir penktasis sąsiuviniai – tai pirmajame sąsiuvinyje pateiktų uždavinių sprendimai ar nurodymai, kaip juos spręsti.

Metodikos etiudai – tai bandymas išmokyti moksleivius suvokti planimetrijos kurso visumą, išvelgti šio kurso atskirų temų ryšius, integruvimaši į visą vidurinės mokyklos matematikos kursą.

Leidinys skiriamas vidurinių mokyklų matematikos mokytojams, moksleiviams, o taip pat studentams – būsimiems pedagogams.

Autorės dėkoja recenzentams, redaktorėms už pagalbą parengiant šį leidinį.

O. Jablonskienė
V. Sičiūnienė

ĮVADAS

Planimetrijos kurso sisteminimas parengtas pagal 1995 metais galiojusią matematikos programą.

Atitikties su šiuo metu galiojančią bendrojo ugdymo matematikos programa (Patvirtinta Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministro 2011 m. vasario 21 d. įsakymu Nr. V-269) nėra. Tačiau gali būti puiki pagalbinė priemonė gabiems mokiniams, kuriems viskas būna lengva ir jie greitai viską padaro; ruošiant tokius mokinius olimpiadoms. Uždavinius galima duoti spręsti savarankiškai, kadangi yra pateikti sprendimai ir metodiniai nurodymai.

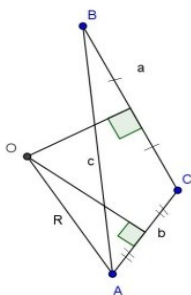
Uždaviniai ir jų sprendimai tinkami aptarti, kelti diskusiją, mokant argumentuotai pagrįsti savo nuomonę, ieškoti kito sprendimo būdo.

Knygelėse yra pateikti ir išspręsti 419 uždaviniai ir atsakymai:

I. Sinusų teorema ir jos taikymas.....	16
II Kosinusų teorema ir jos taikymas uždavinių sprendimui.....	18
III Uždaviniai su įbrėžtiniais ir apibrėžtiniais trikampiais bei keturkampiais.....	20
IV Uždaviniai su trikampio pusiaukraštinėmis.....	25
V. Uždaviniai su pusiaukampinėmis.....	26
VI. Uždaviniai su trikampio aukštine.....	29
VII. Uždaviniai su plotų santykiu.....	30
VII. Uždaviniai su trapecijomis.....	32
Atsakymai.....	36

Skaitmeninę „Planimetrijos kurso sisteminimas“ versiją parengė :
vyr. mokytoja Vita Troja ir mokytoja ekspertė Tatjana Sezemanienė.

I Metodinės rekomendacijos ir uždavinių sprendimo pavyzdžiai



1.1 Sinusų teorema: Trikampio kraštinės proporcingos prieš jas esančių kampų sinusams, o trikampio kraštinės ir prieš ją esančio kampo sinuso santykis lygus apie trikampį apibrėžto apskritimo skersmeniui:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

čia a, b, c – trikampio kraštinės, R – apie trikampį apibrėžto apskritimo spindulys.

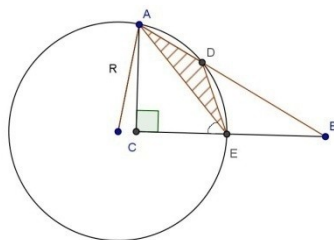
Sprendžiant uždavinius, patogų naudoti lygybėmis, gaunamomis iš sinusų teoremos:

$$a = 2R \sin A,$$

$$R = \frac{a}{2 \sin a'}$$

$$\sin a = \frac{a}{2R}$$

1 pavyzdys. Stačiojo trikampio statiniai lygūs 3 ir 4. Per didesniojo statinio vidurio tašką, įžambinės vidurio tašką ir viduriniojo pagal didumą kampo viršūnę nubrėžtas apskritimas. Raskite jo spindulį.



Jeigu statinis BC lygus 4, tai vidurinis pagal didumą kampas A. Apskritimas eina per taškus A, D ir E, todėl jis apibrėžtas apie trikampį AED. Pakanka surasti bet kurią šio trikampio kraštinę bei sinusą kampo, esančio priešais tą kraštinę ir pritaikyti lygybę

$$R = \frac{a}{2 \sin a'},$$
 gaunamą iš sinusų teoremos.

$$CE = EB = 2.$$

Remdamiesi Pitagoro teorema, surandame:

$$AE^2 = AC^2 + CE^2, AE = \sqrt{13},$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2,$$

$$AB = 5. AD = DB = 2,5.$$

DE yra trikampio ABC vidurio linija, todėl DE lygiagreti AC.

Tuomet kampas DEC status ir lygus kampų AED ir AEC sumai.

$$\sin AED = \sin(90^\circ - AEC) = \cos AEC = \frac{2}{\sqrt{13}}.$$

Ieškomas spindulys R lygus:

$$R = \frac{AD}{2 \sin AED},$$

$$R = \frac{2,5}{2} = 1,25\sqrt{13}$$

Ats. : $1,25\sqrt{13}$

1.2. Kosinusų teorema: Trikampio kraštinės kvadratas lygus kitų dviejų kraštinių kvadratų sumos ir dvigubos tų kraštinių bei tarp jų esančio kampo kosinuso sandaugos skirtumui:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A,$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B,$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

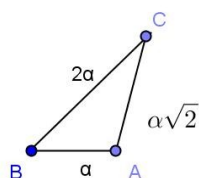
Žinodami tris trikampio kraštines, galime surasti kampų kosinusus, pasinaudodami lygybėmis, gaunamomis iš kosinusų teoremos:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc},$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac},$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

2 pavyzdys. Trikampio kraštinės sudaro geometrinę progresiją, kurios vardiklis lygus $\sqrt{2}$. Raskite didžiausio kampo kosinusą. Nustatykite trikampio rūšį.



Trikampio kraštinės lygios $a, a\sqrt{2}, 2a$. Didžiausias kampas A yra priešais didžiausią kraštinę BC. Pasinaudoję kosinusų teorema, turime

$$\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AC \cdot AB}, \quad \cos A = \frac{2a^2 + a^2 - 4a^2}{2\sqrt{2} \cdot a^2} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Kadangi kosinusas neigiamas, tai trikampis bukas.

$$\text{Ats.: } -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \text{ bukas.}$$

1.3. Uždaviniai su apibrėžtiniais trikampiais bei keturkampiais

Jei apskritimas įbrėžtas į trikampį, tai:

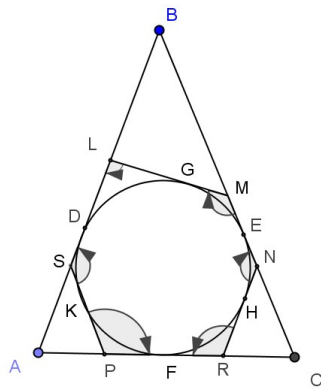
1. Lietimosi taške liestinė statmena apskritimo spinduliui (liestinės teorema).

Liestinių, nubrėžtų iš vieno taško, atkarpos iki lietimosi taškų yra lygios (liestinės teoremos išvada).

Dažnai, sprendžiant uždavinius, patogu naudoti „išlankstymo metodą“, kuris remiasi liestinės teoremos išvada.

3 pavyzdys: Į trikampį įbrėžtas apskritimas. Nubrėžtos trys jo liestinės, kurios nukerta nuo duoto trikampio tris mažus trikampius. Mažųjų trikampių perimetrai sudaro aritmetinę progresiją, kurios skirtumas 4. Raskite šiuos perimetrus, jeigu duotojo trikampio perimetras lygus 42.

Remiamės liestinės teoremos išvada: $SM(G)=ME, EN=NH, HR=FR, PF=KP, KS=SD, LG=LD$. Todėl trikampių LBM, NCR ir PAS perimetrai „išsilanksto“ į trikampio ABC perimetrą, t.y. $P_{ABC}=P_{LBM}+P_{NCR}+P_{ASP}$.



Jei progresijos skirtumas – d, o trikampio NCR perimetras vidutinis pagal didumą, tai $42 = P_{NCR} + d + P_{NCR} + P_{NCR} - d$.

$$3P_{NCR} = 42,$$

$$P_{NCR} = 14.$$

$$P_{LBM} = 14 + 4 = 18.$$

$$P_{ASP} = 14 - 4 = 10.$$

Ats.: 10, 14, 18.

2. Įbrėžto apskritimo spindulys gali būti apskaičiuojamas pagal formulę:

$$r = \frac{S}{p},$$

Čia S – daugiakampio, į kurį įbrėžtas apskritimas, plotas, o p – daugiakampio pusperimetris.

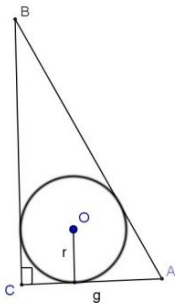
Dažnai uždavinių sprendimą palengvina formulė

$$r = \frac{1}{2}(a + b - c) = p - c,$$

Čia p – stataus trikampio, kurio kraštinės a, b, c, pusperimetris.

4 pavyzdys: Apie skritulį apibrėžtas status trikampis, kurio plotas lygus 100.

Raskite įžambinę c, kai skritulio plotas 16π .



Skritulio plotas lygus 16π , taigi r lygus 4.

$$\begin{cases} p = \frac{S}{r}, \\ r = p - c. \end{cases}$$

$$p = \frac{100}{4} = 25.$$

$$c = p - r, c = 25 - 4 = 21.$$

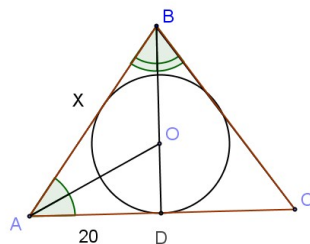
Ats.: 21.

3. Įbrėžto į trikampį apskritimo centras yra pusiaukampinių susikirtimo taške, todėl dažnai patogu taikyti pusiaukampinės savybę.

5 pavyzdys: Į lygiašonį trikampį įbrėžto skritulio centras dalija aukštinę santykiu 5:4. Pagrindas lygus 40. Raskite skritulio skersmenį.

AB pažymime x.

$$AD = DC = 20.$$



Trikampiui ABD taikome pusiaukampinės savybę: $\frac{AB}{BO} = \frac{AD}{OD}$,

$$\frac{x}{5} = \frac{20}{4}, x = 25.$$

Remdamiesi Pitagoro teorema, randame BD:

$$BD = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15.$$

$$OD = 4a, BO = 5a.$$

$$4a + 5a = 15,$$

$$a = \frac{5}{3}.$$

$$2 \cdot 4 \cdot \frac{5}{3} = \frac{40}{3}.$$

Skersmuo lygus $2 \cdot OD$ t. y.,

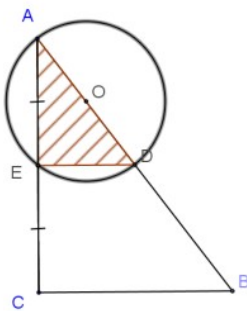
Jeigu apskritimas apibrėžtas apie trikampį, tai apibrėžto apie trikampį apskritimo centras yra kraštinių vidurio statmenų susikirtimo taškas.

Sprendžiant uždavinius apie apibrėžtus apie trikampį apskritimus, patartume išskirti šiuos atvejus:

1. Jei apskritimas apibrėžtas apie statų trikampį, tai apskritimo centras yra įžambinės vidurio taškas.

6 pavyzdys: Stačiojo trikampio statiniai lygūs 15 ir 20. Per mažesniojo statinio vidurio tašką, įžambinės vidurio tašką ir kampo prieš didesnįjį statinį viršūnę nubrėžtas apskritimas. Raskite jo spindulį.

ED yra trikampio ACB vidurio linija, todėl kampas AED yra status.



Ieškomo spindulio apskritimas apibrėžtas apie statų trikampį AED ir jo centras yra įžambinės AD vidurio taške.

$$AO = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{4} AB = \frac{1}{4} \sqrt{AC^2 + BC^2},$$

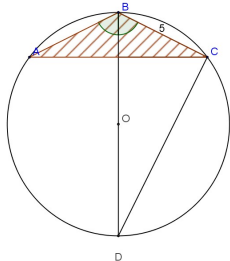
$$AO = \frac{1}{4} \sqrt{15^2 + 20^2} = \frac{25}{4} = 6,25.$$

6,25

Ats.:

2. Jei apskritimas apibrėžtas apie lygiašonį (lygiakraštį) trikampį, tai svarbu, kur yra apskritimo centras: aukštinėje ar jos tęsinyje. Universalus šio tipo uždavinių sprendimo būdas – pratęsti aukštinę iki apskritimo ir gautą apskritimo tašką sujungti su pagrindo viršūne.

7 pavyzdys: Lygiašonio trikampio kraštinė 5, o kampas prie viršūnės lygus 120° . Raskite apie trikampį apibrėžto skritulio plotą.



Brėžiame BD ir DC. Trikampis BCD status. Kampas CBO lygus 60° , kampas BDC lygus 30° . $BD = 2BC$, $BD = 10$. $BO = 5$.

Ieškomas skritulio plotas lygus πBO , t.y. 25π .

Ats.: 25π .

3. Kitais atvejais praverčia formulės, skirtos apibrėžtinio apskritimo spinduliui R apskaičiuoti:

$$R = \frac{abc}{4S},$$

čia a, b, c – trikampio kraštinės, S – trikampio plotas, arba

$$R = \frac{a}{2 \sin a} \text{ (sinusų teorema).}$$

4. Jeį keturkampis apibrėžtas apie apskritimą, tai priešingų kraštinių sumos yra lygios (apibrėžtinio keturkampio savybė).

8 pavyzdys: Jeigu keturkampio kraštinės sudaro geometrinę progresiją, tai į tokį keturkampį negalima įbrėžti apskritimo. Įrodykite tai.

Tegul keturkampio kraštinės lygios x, xq, xq^2, xq^3 .

Tegul į tokį keturkampį galima įbrėžti apskritimą. Tuomet:

$$x + xq^2 = xq + xq^3,$$

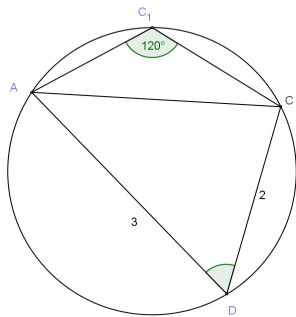
$$(1 + q^2)(1 - q) = 0,$$

$$q = 1.$$

Kai $q=1$, kraštinės nesudaro geometrinės progresijos. Gavome prieštaravimą sąlygai.

Jei keturkampis įbrėžtas į apskritimą, tai priešingų kampų sumos lygios 180° .

9 pavyzdys: Į apskritimą įbrėžtas keturkampis ABCD. Kampas B lygus 120° . Kampą D sudarančios kraštinės lygios 2 ir 3. Raskite įstrižainę AC.



ACD taikome kosinusų teoremą:

$$AC^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cos 60^\circ,$$

$$AC = \sqrt{7}.$$

Ats.: $\sqrt{7}$.

5. Pusiau kraštinių savybių taikymas

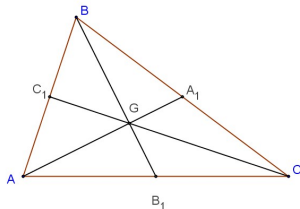
Atkarpa, jungianti trikampio viršūnę su priešais esančios kraštinės vidurio tašku, vadinama pusiau kraštine (mediana).

Trikampio pusiau kraštinės susikerta viename taške, kuriame dalija viena kitą santykiu 2:1, skaičiuojant nuo viršūnės:

$$CO:OC_1 = BO:OB_1 = AO:OA_1 = 2:1$$

Pusiau kraštinių susikirtimo taškas vadinamas sunkio centru.

Trikampio pusiau kraštinės dalija trikampio plotą pusiau:



$$S_{ACC_1} = S_{CC_1B},$$

$$S_{ABB_1} = S_{BB_1C},$$

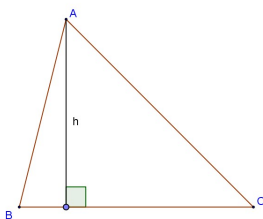
$$S_{ABA_1} = S_{ACA_1}.$$

Trikampio pusiau kraštinės susikirsdamos dalija trikampį į tris arba šešis lygiapločius trikampius:

$$S_{AOB} = S_{BOC} = S_{AOC} \text{ arba}$$

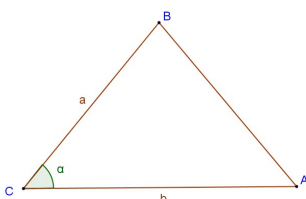
$$S_{BOC} = S_{AOC_1} = S_{BOA_1} = S_{A_1OC} = S_{AOB_1} = S_{OB_1C}.$$

Sprendžiant ne tik šio skyriaus uždavinius, dažnai tenka taikyti trikampio ploto formules:



a) trikampio plotas S lygus pagrindo a ir aukštinės h sandaugos pusei:

$$S = \frac{ah}{2};$$



b) trikampio plotas lygus dviejų kraštinių ir kampo tarp jų sinuso sandaugos pusei:

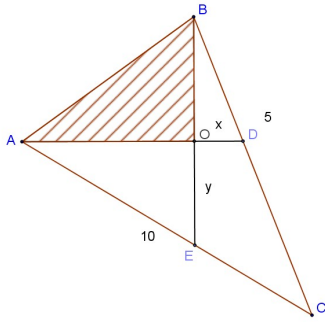
$$S = \frac{1}{2} ab \sin a;$$

- c) Herono formulė $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, čia p – pusperimetris, a, b, c – trikampio kraštinės (77 uždavinys);
- d) trikampio plotas S lygus įbrėžto į trikampį apskritimo spindulio r ir trikampio pusperimetro p sandaugai: $S=rp$;
- e) trikampio plotas lygus trikampio kraštinių a, b, c ir keturgubo apie trikampį apibrėžto

$$S = \frac{abc}{4R}$$

apskritimo spindulio R santykiui:

Jei sąlygoje nurodyta, kad dvi pusiauakraštinės viena kitai statmenos, tai brėžinį reikėtų pradėti braižyti nuo statmenų viena kitai pusiauakraštinių, atsižvelgiant į 1 teiginį.



10 pavyzdys: Kokia yra trikampio ABC kraštinė AB, jei kraštinė BC lygi 5, CA lygi 10, be to, pusiauakraštinės, nubrėžtos į jas, tarpusavyje statmenos?

Brėžiame tarpusavyje statmenas pusiauakraštes, kurios susikirsdamos dalija viena kitą santykiu 2:1.

Pažymime $OD = x$, $OE = y$. Trikampiams AOE ir BOD taikome Pitagoro teoremą:

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = \frac{10^2}{4}, \\ x^2 + 4y^2 = \frac{5^2}{4}. \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{25}{4}.$$

Trikampiui AOB taikome Pitagoro teoremą:

$$AB^2 = 4x^2 + 4y^2,$$

$$AB^2 = 4 \cdot \frac{25}{4},$$

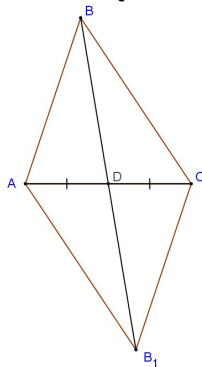
$$AB = 5.$$

Kadangi $AB + BC = AC$, tai toks trikampis neegzistuoja.

Ats.: nėra trikampio, kuris tenkintų duotas sąlygas.

Sprendžiant uždavinius su pusiauakraštinėmis, dažnai tenka pusiauakraštinę pratęsti jos ilgiu arba jos ilgio trečdaliu ir taikyti lygiagretainio savybę: „lygiagretainio įstrižainių kvadratų suma lygi visų jo kraštinių kvadratų sumai“ (47 uždavinys).

11 pavyzdys: Trikampio kraštinės lygios 3, 8, 9. Raskite pusiauakraštinę, nubrėžtą į mažiausią kraštinę.



Pratęsiame $DB_1 = BD$. Pagal sąlygą AD lygi DC . Jei keturkampio įstrižainės susikirsdamos dalija viena kitą pusiau, tai toks keturkampis yra lygiagretainis, todėl:

$$BB_1^2 + AC^2 = 2AB^2 + 2BC^2,$$

$$4BD^2 = 2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 9^2 - 3^2,$$

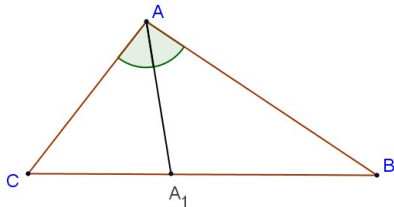
$$BD^2 = \frac{281}{4},$$

$$BD = \frac{1}{2} \sqrt{281}.$$

$$\text{Ats.: } \frac{1}{2}\sqrt{281}$$

6. Pusiaukampinių savybių taikymas

1. Pusiaukampinė dalija kampą pusiau. Pusiaukampinės susikerta viename taške, kuris yra įbrėžto į trikampį apskritimo centras.
2. Trikampio kampo pusiaukampinė dalija kraštinę į atkarpas, proporcingas kampa sudarančioms kraštinėms:



$$\frac{AC}{CA_1} = \frac{AB}{A_1B}$$

3. Trikampio kampo pusiaukampinės kvadratas lygus kampa sudarančių kraštinių sandaugos ir atkarpų, į kurias pusiaukampinė dalija trečiąją trikampio kraštinę, sandaugų skirtumui:

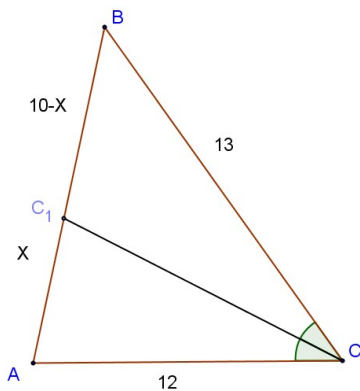
$$AA_1^2 = AC \cdot AB - CA_1 \cdot A_1B$$

4. Sprendžiant uždavinius su pusiaukraštinėmis, dažnai patogu naudoti trikampio ploto

$$\text{formulę: } S = \frac{1}{2} ab \sin a, \text{ čia } a, b - \text{ trikampio kraštinės, } a - \text{ kampas tarp jų.}$$

12 pavyzdys: Trikampio kraštinės lygios, 10, 12, 13. Raskite didžiausios pusiaukampinės ilgį (dešimtujų tikslumu).

Didžiausia pusiaukampinė yra nubrėžta į trumpiausią kraštinę. Pažymime $AC_1 = x$, $BC_1 = 10 - x$. Taikome pusiaukampinės savybes:



$$\frac{BC}{BC_1} = \frac{AC}{AC_1};$$

$$\frac{13}{10-x} = \frac{12}{x};$$

$$x = 4,8.$$

$$CC_1^2 = BC \cdot AC - BC_1 \cdot AC_1;$$

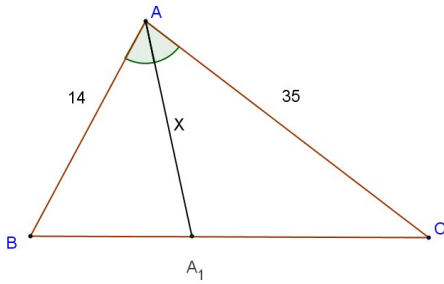
$$CC_1^2 = 12 \cdot 13 - 4,8 \cdot 5,2;$$

$$CC_1^2 = 131,24;$$

$$CC_1 \approx 11,4.$$

$$\text{Ats.: } \approx 11,4$$

13 pavyzdys: Dvi smailiojo trikampio kraštinės lygios 14 ir 35. Kampo tarp tų kraštinių kosinusas lygus $\frac{3}{5}$. Raskite to kampo pusiaukampinę.



Pažymime:

$$AA_1 = x.$$

$$S_{ABC} = S_{ABA_1} + S_{AA_1C}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 35 \sin A = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot x \sin \frac{A}{2} + \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot x \sin \frac{A}{2},$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{4}{5},$$

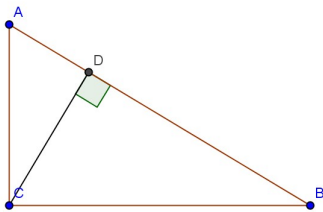
$$\sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos A}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$x = 8\sqrt{5}.$$

Ats. : $8\sqrt{5}$

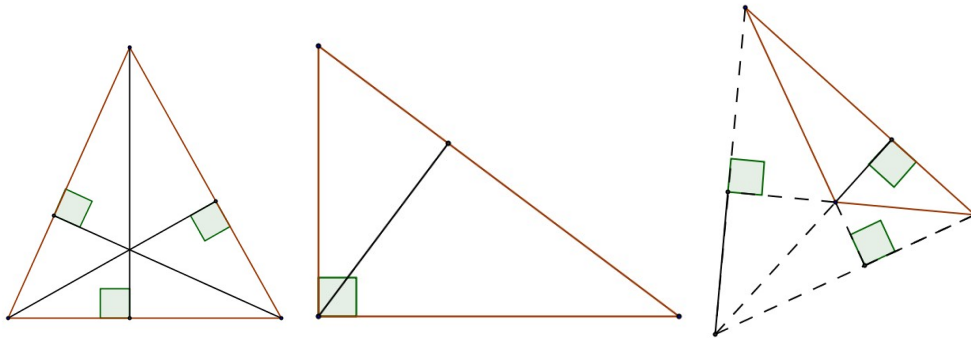
7. Uždaviniai su trikampio aukštine.

Trikampio aukštinės susikerta viename taške, kuris vadinamas ortocentru.
 Staus trikampio aukštinė, nubrėžta į įžambinę, yra geometrinis vidurkis atkarpų, į kurias aukštinė dalija įžambinę:



$$CD = \sqrt{AD \cdot BD}.$$

Smailiojo trikampio aukštinės susikerta trikampio viduje, staus trikampio – staus trikampio viršūnėje, bukajame trikampyje susikerta ne aukštinės, o jų tęsiniai trikampio išorėje.

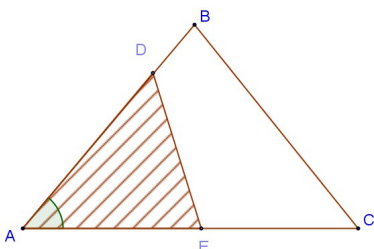


8. Uždaviniai su plotų santykiu.

1. Panašių daugiakampių plotų santykis lygus panašumo koeficiento kvadratui:

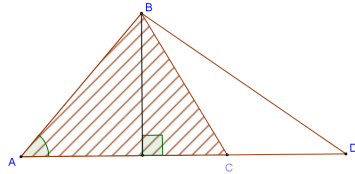
$$\frac{S_1}{S_2} = k^2$$

2. Jei trikampiai turi bendrą kampą, tai jų plotų santykis lygus kampą sudarančių kraštinių sandaugų santykiui (plotų santykio teorema):



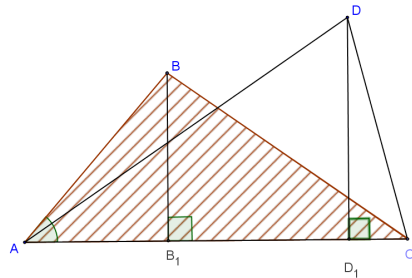
$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \frac{AB \cdot AC}{AD \cdot AE}$$

3. Jei dviejų trikampių aukštinės lygios, tai jų plotų santykis lygus pagrindų santykiui:



$$\frac{S_{ABC}}{S_{BCD}} = \frac{AC}{CD}$$

4. Jei dviejų trikampių pagrindai lygūs, tai jų plotų santykis lygus aukštinių santykiui:

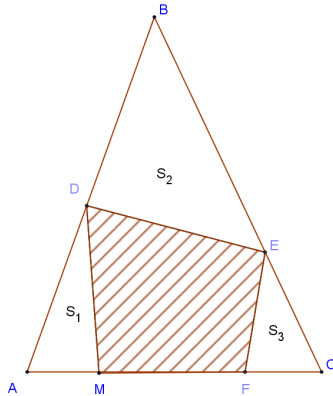


$$\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{BB_1}{DD_1}$$

14 pavyzdys: Trikampio plotas lygus 1. AD :

$$DB = 1 : 1;$$

BE : EC = 2 : 1, CF : MF = 1 : 3; CF : MA = 2 : 1. Raskite keturkampio MDEF plotą.



$$\frac{S_1}{S_{ABC}} = \frac{AD \cdot AM}{AB \cdot AC} = \frac{\frac{1}{2} AB \cdot \frac{1}{4} AC}{AB \cdot AC} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{S_2}{S_{ABC}} = \frac{BD \cdot BE}{AB \cdot BC} = \frac{\frac{1}{2} BA \cdot \frac{2}{3} BC}{AB \cdot BC} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{S_3}{S_{ABC}} = \frac{EC \cdot FC}{BC \cdot AC} = \frac{\frac{1}{3} BC \cdot \frac{1}{4} AC}{AB \cdot BC} = \frac{1}{12}$$

$$S_{MDEF} = S_{ABC} - S_1 - S_2 - S_3$$

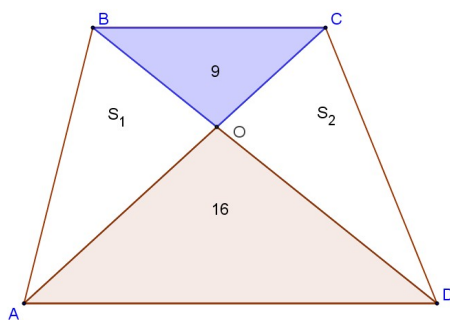
$$S_{MDEF} = 1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{11}{24}$$

$\frac{11}{24}$

Ats.: $\frac{11}{24}$.

15 pavyzdys: Dviejų trikampių, esančių prie trapecijos pagrindų ir apribotų jos įstrižainėmis, plotai lygūs 9 ir 16. Raskite trapecijos plotą.

$S_{ABC} = S_{BDC}$ (pagrindas BC ir aukštinės į jį lygios)



$$S_{ABC} - S_{BOC} = S_{BDC} - S_{BOC}$$

$$S_1 = S_2$$

$$\frac{S_1}{9} = \frac{AO}{OC} = \frac{16}{S_2}$$

$$S_1^2 = 9 \cdot 16,$$

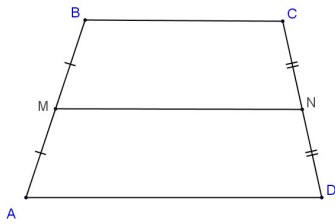
$$S_1 = S_2 = 12.$$

$$S_{ABCD} = 9 + 16 + 2 \cdot 12 = 49.$$

Ats.: 49.

9. Trapecijos savybių taikymo uždaviniai.

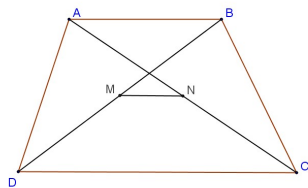
1. Trapecijos vidurio linija MN lygiagreti pagrindams BC ir AD ir lygi pagrindų sumos pusei:



MN lygiagreti BC ir AD;

$$MN = \frac{BC + AD}{2} .$$

2. Atkarpa, jungianti trapecijos įstrižainių vidurio taškus, yra lygiagreti pagrindams ir lygi jų skirtumo pusei:

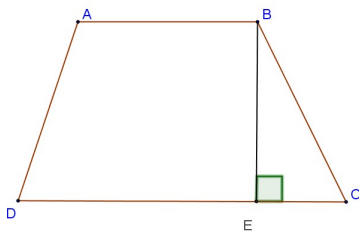


MN lygiagreti AB ir DC;

$$MN = \frac{DC - AB}{2} .$$

3. Trapecijos plotas lygus:

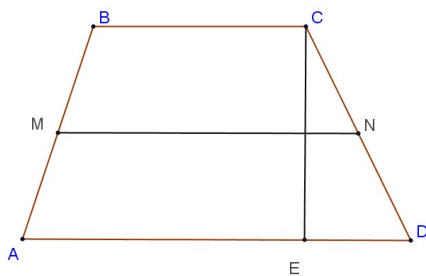
- a) Pagrindų sumos pusės ir aukštinės sandaugai:



$$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CE ;$$

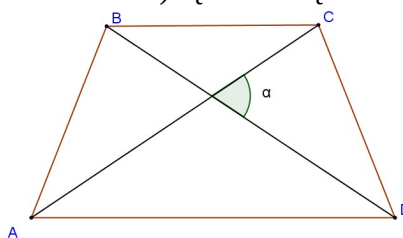
- b)
c)
d)
e)
f)

- b) Vidurio linijos ir aukštinės sandaugai:



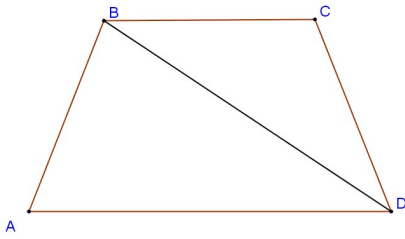
$$S = MN \cdot CE ;$$

- c) Įstrižainių ir sinuso kampo tarp jų sandaugos pusei:



$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin \alpha .$$

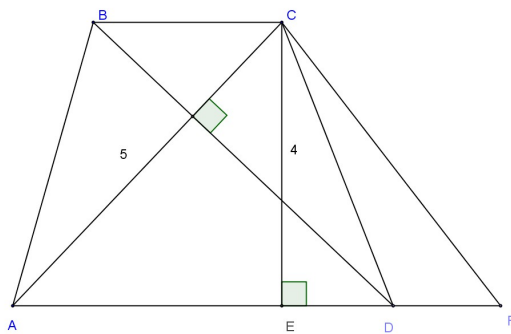
4. Trapecijos įstrižainė dalija trapeciją į du trikampius, kurių plotų santykis lygus pagrindų santykiui :



$$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}} = \frac{AD}{BC}.$$

Sprendžiant uždavinius su trapecijomis, dažnai tenka pildyti brėžinį: per mažesniojo pagrindo viršūnę brėžti atkarpą, lygiagrečią trapecijos įstrižainei.

16 pavyzdys: Viena trapecijos įstrižainė lygi 5, aukštinė lygi 4. Įstrižainės tarpusavyje statmenos. Raskite trapecijos plotą.



Brėžiame CF, lygiagrečią BD. BCFD yra lygiagretainis, todėl CF lygi BD, o DF lygi BC. Trikampių ABC ir CDF plotai lygūs, todėl trapecijos plotas lygus trikampio ACF plotui. Šis trikampis status. Pasinaudoję Pitagoro teorema, randame AE:

$$AE = \sqrt{AC^2 - CE^2},$$

$$5^2 = 3 \cdot AF,$$

$$AF = \frac{25}{3}.$$

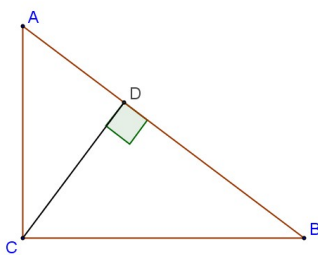
Trikampio ACF plotas lygus AF ir CE sandaugos

pusei:
$$S = \frac{25 \cdot 4}{3 \cdot 2} = \frac{50}{3}.$$

50

Ats.: 3.

Su stačiaisiais trikampiais susiduriame ne tik šiame skyriuje. Pastariesiems tenka taikyti ne tik Pitagoro teoremą: „statinių kvadratų suma lygi įžambinės kvadratui“, bet ir, kaip 6 puslapyje, geometrinio vidurkio teoremą: „jeigu iš stačiojo kampo viršūnės nubrėžiame statmenį į įžambinę, tai šis statmuo yra geometrinis vidurkis atkarpų, į kurias statmuo dalija įžambinę, o kiekvienas statinis yra geometrinis vidurkis įžambinės ir to statinio projekcijos įžambinėje“:



$$CD = \sqrt{AD \cdot DB},$$

$$AC = \sqrt{AD \cdot AB},$$

$$BC = \sqrt{BD \cdot AB}.$$

Labai dažnai reikalingi stačiojo trikampio kraštinių ir kampų sąryšiai:

$$\frac{AC}{AB} = \sin B = \cos A,$$

$$\frac{BC}{AB} = \sin A = \cos B.$$

Uždaviniai su įbrėžta ir apibrėžta trapecija nagrinėjami skyriuje „uždaviniai su įbrėžtais ir apibrėžtais keturkampiais“.

II. Uždaviniai

I. Sinusų teorema ir jos taikymas

- * Viena iš trikampio kraštinių lygi a , kampas prieš ją - α . Raskite apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulį, jei:
a) $a = 12$, $\alpha = 30^\circ$; b) $a = 16$, $\alpha = 45^\circ$; c) $a = 4\sqrt{3}$, $\alpha = 60^\circ$; d) $a = 15$, $\sin \alpha = 0,6$.
- * Duotas lygiašonis trikampis ABC. Pagrindė BC laisvai parenkamas taškas D. Įrodykite, kad apskritimų, apibrėžtų apie trikampius ABD ir ACD, spinduliai lygūs.
- * Įrodykite, kad pusiaukampinė dalija trikampio kraštinę į atkarpas, proporcingas kitoms trikampio kraštinėms.
- Į skritulį, kurio plotas lygus S , įbrėžtas taisyklingas trikampis. Raskite jo kraštinę.
- Į skritulį įbrėžtas taisyklingas trikampis, kurio plotas lygus S . Raskite skritulio spindulį.
- * Į R spindulio apskritimą įbrėžtas trikampis, kurio kampai lygūs 15° ir 60° . Raskite trikampio plotą.
- * Į apskritimą įbrėžtas trikampis, kurio viena kraštinė lygi $2\sqrt{3}$ ir nutolusi nuo apskritimo centro atstumu, lygiu 1. Raskite kampą prieš šią kraštinę.
- Į apskritimą įbrėžtas trikampis. Didžiausios ir mažiausios kraštinių skirtumas lygus 4, o trečioji kraštinė nutolusi nuo apskritimo centro atstumu, lygiu 2. Apskritimo spindulys lygus 4. Raskite trikampio kraštines.
- * Trikampio ABC kampas B lygus 60° . Apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulys – 2. Raskite spindulį apskritimo, einančio per trikampio viršūnes A, C ir įbrėžto į trikampį ABC apskritimo centrą.
- Per lygiašonio trikampio ABC smailiojo kampo viršūnę A ir apie tą trikampį apibrėžto apskritimo centrą O nubrėžta tiesė, kertanti kraštinę BC taške D. Raskite AD, jei AB lygi BC ir lygi b , o kampas ABC lygus α .
- Trikampio ABC kampas A dvigubai didesnis už kampą B, o prieš tuos kampus esančios kraštines atitinkamai lygios 12 ir 8. Raskite trečiąją trikampio kraštinę.
- Dviejų mažesnių trikampio kraštinių kvadratų santykis – 1:2, be to, priešais mažesnę iš jų yra 30° kampas. Raskite didžiausią trikampio kampą.
- Didesnysis lygiašonės trapecijos pagrindas lygus 12, o kampas prie pagrindo lygus 75° . Trapecijos įstrižainė su pagrindu sudaro 45° kampą. Raskite mažesniąją trapecijos pagrindą.
- * Trapecijos mažesnysis pagrindas lygus 2. Prie jo esantys kampai lygūs 135° . Kampas tarp įstrižainių, esantis priešais pagrindą, lygus 150° . Raskite trapecijos plotą.
- * Stataus trikampio statiniai lygūs 3 ir 4. Raskite spindulį apskritimo, nubrėžto per smailiųjų kampų viršūnes ir didesniojo statinio vidurio tašką.
- Duotas kvadratas, kurio kraštinė lygi 1. Raskite spindulį apskritimo, kuris nubrėžtas per vieną kvadrato viršūnę, kraštinės, kurioje nėra tos viršūnės, vidurio tašką ir kvadrato centrą.
- Kvadrato ABCD kraštinėje BC pažymėtas taškas E taip, kad kampas AEB lygus 60° . Raskite apie trikampį AED apibrėžto apskritimo spindulį, jei kvadrato kraštinė lygi $6\sqrt{3}$.
- * Trikampio ABC kraštinė BC lygi 25, aukštinė BD lygi 15, o apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulys lygus 32,5. Raskite kitas trikampio kraštines.
- * Trikampio plotas lygus 56. Viena trikampio kraštinė lygi 14, o vienas kampas prie jos lygus 45° . Raskite apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulį.
- Mažesnioji trikampio kraštinė sutinka su apibrėžto apie trikampį apskritimo spinduliu kaip 6:5, o kitos dvi kraštines lygios 20 ir 21. Raskite nežinomą kraštinę.

21. Į apskritimą, kurio spindulys lygus $7\sqrt{3}$, įbrėžtas trikampis. Viena trikampio kraštinė lygi 21, o kitų santykis – 5:8. Raskite nežinomas kraštines.
22. Lygiašonio trikampio kampo tarp šoninių kraštinių sinusas lygus 0,96. Apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulys lygus 12,5. Raskite šoninę kraštinę.
23. Vidutinė pagal ilgį trikampio kraštinė lygi 41, apibrėžto apskritimo spindulys lygus 25,625, o trikampio plotas lygus 780. Raskite įbrėžto apskritimo spindulį.
24. Trikampio plotas lygus 84. Mažiausioji trikampio kraštinė lygi 13, o apibrėžto apskritimo spindulys lygus 8,125. Raskite nežinomas trikampio kraštines.
25. Viena trikampio kraštinė lygi 25, įbrėžto į trikampį apskritimo spindulys lygus 9, apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulys lygus $\frac{125}{6}$. Raskite nežinomas trikampio kraštines.
26. Apie trikampį apibrėžto apskritimo spindulys lygus 32,5. Dviejų smailių kampų sinusai yra $\frac{3}{5}$ ir $\frac{5}{13}$. Raskite trikampio kraštines ir plotą.
27. Raskite lygiašonio trikampio pagrindą, jeigu kampo prie pagrindo sinusas lygus 0,6, o šoninė kraštinė didesnė už apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulį 7,5.
28. Lygiašonio trikampio kampas prie pagrindo lygus α . Apibrėžto apie trikampį skritulio plotas lygus S. Raskite trikampio plotą.
29. *Trikampio kraštinės lygios $5, \sqrt{7}, 2\sqrt{3}$. Raskite apibrėžto apskritimo spindulį.
30. *Mažesnioji trikampio kraštinė lygi 25, kitų dviejų kraštinių skirtumas lygus 1. Apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulys lygus 32,5. Raskite trikampio plotą.
31. Viena trikampio kraštinė lygi 10, kitų dviejų skirtumas lygus 3. Apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulys lygus 5. Raskite trikampio plotą.
32. Trikampio kraštinės sutinka kaip 2:3:4. Apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulys lygus 8. Raskite trikampio plotą.
33. Vidutinė pagal ilgį trikampio kraštinė lygi 29, o kitų dviejų kraštinių skirtumas lygus 11. Raskite įbrėžto apskritimo spindulį.
34. Trikampio kraštinės lygios 2, 3, 4. Raskite spindulį apskritimo, nubrėžto per didžiausios kraštinės galus ir mažiausios kraštinės vidurio tašką.
35. Dvi trikampio kraštinės lygios 4 ir 6, kampų, esančių priešais jas, santykis – 1:2. Raskite trečiąją kraštinę.
36. Trikampio kraštinė lygi a, o prie jos esantys kampai lygūs α ir β . Raskite trikampio pusiaukampines.
37. Raskite trapecijos plotą, jeigu trapecijos pagrindai lygūs a ir c, o kampai prie pagrindo a lygūs α ir β .
38. Iš vienos trikampio viršūnės išvestos aukštinė, pusiaukampinė ir pusiaukraštinė. Aukštinės ir pusiaukampinės sudaromas kampas lygus pusiaukampinės ir pusiaukraštinės sudaromam kampui. Ištyrinkite trikampį (smailus, bukas, status).
39. Į R spindulio apskritimą įbrėžtas lygiašonis trikampis ABC (AB lygi BC). Kampas BAC lygus α . Raskite įbrėžto į trikampį apskritimo spindulį.
40. Žinomi trikampio kampai α, β, γ . Raskite kampą tarp aukštinės ir pusiaukraštinės, nubrėžtų iš tos pačios viršūnės.

II Kosinusų teorema ir jos taikymas uždavinių sprendimui

41. *Duotos dvi trikampio kraštinės ir vienas kampas. Raskite trečiąją trikampio kraštinę, jeigu:
a) $a = 3, b = 8, c = 60^\circ$; b) $a = 15, b = 13, c = 60^\circ$; c) $a = 7, b = 8, c = 120^\circ$;
d) $a = 11, b = 24, c = 120^\circ$; e) $a = 8, b = 13, c = 120^\circ$; f) $a = 7, b = 12\sqrt{2}, c = 45^\circ$;
g) $a = 11, b = 8\sqrt{3}, c = 30^\circ$;
42. Raskite trikampio vidutinįjį pagal didumą kampą, jeigu trikampio kraštinės lygios:
a) 8, 15, 13; b) $2, 5\sqrt{3}, 7$; c) $7, 15\sqrt{2}, 17$.
43. Raskite trikampio didžiausią kampą, jeigu trikampio kraštinės lygios:
a) 5, 16, 19; b) 11, 24, 31.
44. Iširškite trikampį (status, smailus, bukas), jeigu trikampio kraštinės lygios:
a) 6, 7, 9; b) 7, 24, 25; c) 23, 25, 34.
45. *Lygiagretainio kampas lygus 60° . Raskite lygiagretainio kraštines, jeigu:
a) lygiagretainio perimetras lygus 22, o mažesnioji įstrižainė lygi 7;
b) kraštinių skirtumas 16, o mažesnioji įstrižainė lygi 19;
c) perimetras lygus 30, o didesnioji įstrižainė lygi 13;
d) kraštinių santykis – 5:8, o mažesnioji įstrižainė lygi 28.
46. Lygiagretainio kraštinės lygios $\sqrt{2}$ ir $\sqrt{5}$. Smailusis kampas lygus α . Raskite ilgesniąją įstrižainę, jeigu $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.
47. *Įrodykite, kad lygiagretainio įstrižainių kvadratų suma lygi visų jo kraštinių kvadratų sumai.
48. *Į apskritimą įbrėžtas keturkampis, kurio dvi kraštinės lygios 8 ir 15, o kampas tarp jų lygus 60° . Raskite kitas dvi keturkampio kraštines, jeigu jų skirtumas lygus 1.
49. Apie apskritimą apibrėžtas keturkampis, kurio du kampai, esantys vienas priešais kitą, lygūs 90° ir 60° . 60° kampą sudarančios kraštinės lygios 8 ir 15. Raskite kitas keturkampio kraštines.
50. Apie apskritimą apibrėžtas keturkampis, kurio dvi gretimos kraštinės lygios 5 ir 12. Jos sudaro statų kampą. Raskite kitas dvi keturkampio kraštines, jeigu kampas tarp jų lygus 60° .
51. Apie apskritimą apibrėžtas keturkampis, kurio dvi gretimos kraštinės lygios 2 ir 3, o kampas tarp jų lygus 60° . Raskite kitas dvi keturkampio kraštines, jeigu jos sudaro 120° kampą.
52. Dvi trikampio kraštinės lygios b ir c . Trikampio plotas lygus $\frac{2}{5}bc$. Raskite kraštinę a .
53. Trikampyje ABC (AB lygi BC) per viršūnę B nubrėžta tiesė, kuri kerta kraštinę AC taške D taip, kad kampas BDC lygus 60° . AD lygi 3, DC lygi 8. Raskite AB.
54. Trikampio kraštinės lygios 9, 10, 17. Raskite kampo tarp trumpesnių kraštinių sinusą.
55. Žinomas trikampis ABC. AC lygi 2, AB lygi 3, BC lygi 4. Iš viršūnės B nubrėžta aukštinė BD. Raskite CD.
56. Trikampyje ABC atkarpa, jungianti AB ir BC vidurio taškus, lygi 3. AB lygi 7, kampas C lygus 60° . Raskite BC.
57. *Trikampio ABC kraštinė AB lygi 16, BC lygi 10, o kampas tarp jų smailus. Raskite kraštinę AC, jeigu trikampio plotas lygus 48.
58. Trikampio plotas lygus 36, dvi kraštinės lygios 10 ir 12, kampas tarp jų smailus. Raskite trečiąją kraštinę.
59. Trikampio plotas 16, dvi kraštinės lygios 5 ir 8, kampas tarp jų bukas. Raskite trečiąją kraštinę.

60. Lygiašonio trikampio plotas lygus 10, kampo prieš pagrindą kosinusas lygus $\frac{21}{29}$. Raskite trikampio pagrindą.
61. Trikampio plotas lygus 16. Viena trikampio kraštinė lygi 4, o prie jos yra 30° kampas. Raskite apibrėžto skritulio plotą.
62. Lygiašonio trikampio pagrindas lygus 9, o kampo priešais pagrindą kosinusas lygus 0,28. Raskite trikampio plotą.
63. Lygiašonio trikampio šoninė kraštinė lygi 32, o kampo tarp šoninių kraštinių kosinusas lygus 0,28. Raskite apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulį.
64. Viena trikampio kraštinė lygi 13. Raskite kitas trikampio kraštines, jeigu jų skirtumas lygus 7, o kampas tarp jų lygus 60° .
65. *Trikampio kraštinės sudaro aritmetinę progresiją, kurios skirtumas lygus 1. Viduriniojo pagal didumą kampo kosinusas lygus $\frac{2}{3}$. Raskite trikampio perimetrą.
66. Į trikampį ABC įbrėžtas apskritimas, kuris lietimosi taške dalija kraštinę AC į atkarpas: AD, lygią 6, ir DC, lygią 4. Raskite kraštines AB ir BC, jeigu kampas A lygus 60° .
67. * Trikampio kraštinės lygios 3, 4, 6. Raskite $\cos \alpha$, jeigu kampas α yra tarp pusiauakraštinės, nubrėžtos į didžiausią trikampio kraštinę, ir mažiausios trikampio kraštinės.
68. * Trikampio kraštinės lygios 4, 10, $\sqrt{126}$. Įrodykite, kad trikampį galima padalyti į du lygiašonius trikampius.
69. *Trikampio ABC kraštinė AB lygi 3, BC lygi 5, o AC lygi 6. Kraštinėje AB pasirinktas taškas M taip, kad BM lygi 2AM, o kraštinėje BC – taškas K taip, BK lygios 2KC. Raskite MK.
70. *Trapecijos pagrindai lygūs 6 ir 18, šoninės kraštinės lygios 7 ir 11. Raskite atkarpos, jungiančios pagrindų vidurio taškus, ilgį.
71. Lygiašonėje trapecijoje šoninė kraštinė keturiais mažesnė už trumpesnį pagrindą. Trapecijos įstrižainė lygi $8\sqrt{3}$ ir su didesniu pagrindu sudaro 30° kampą. Raskite trapecijos didesnį pagrindą.
72. Raskite trapecijos vidurio liniją, jeigu jos šoninės kraštinės lygios 9 ir 12, o pagrindai ir mažesnioji įstrižainė sutinka kaip 9:6:7.
73. Trikampio ABC kampo B pusiauakampinė dalija kraštinę AC į atkarpas: AD, lygią 15, bei DC, lygią 24, ir sudaro su šia kraštine 60° kampą. Raskite pusiauakampinės ilgį.
74. Trikampio ABC kampo B pusiauakampinė dalija AC į 21 ir 35 ilgio atkarpas. Kampas B lygus 120° . Raskite kraštines AB, BC ir kampo B pusiauakampinę BD.
75. Trikampio ABC pusiauakampinė BE statmena pusiauakraštinei AD. BE lygi AD ir lygi 4. Raskite trikampio kraštines.
76. Koks ryšys tarp trikampio ABC kraštinių, jeigu pusiauakraštinė AA_1 , aukštinė BB_1 ir pusiauakampinė CC_1 susikerta viename taške D?
77. Įrodykite, kad trikampio plotą galima apskaičiuoti pagal formulę $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, čia S – trikampio plotas; a, b, c – trikampio kraštinės, p – pusperimetris (Heronio formulė).
78. Trikampis ABC – lygiašonis. Apskritimo centras O yra šoninės kraštinės BC vidurio taškas, o apskritimo spindulys lygus pusei šoninės kraštinės. Apskritimas kerta trikampio pagrindą taške D. Raskite AO, jeigu AD lygi $\sqrt{3}$, o kampas ABC lygus 120° .
79. Iš taško A, esančio šalia apskritimo, nubrėžta liestinė AB ir kirstinė ACD. BD ir BC yra stygos. Raskite BC, jeigu BD lygi 56, AD ir AB skirtumas lygus 24, o kampas A lygus 60° .
80. Į apskritimą įbrėžtas trikampis. Dviejų kraštinių skirtumas lygus 2, kampas tarp jų lygus 30° . Apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulys lygus 4. Raskite trikampio kraštines.
81. *Į apskritimą įbrėžtas keturkampis ABCD. $AB = 66$, $BC = 77$, įstrižainė $AC = 77$. Kampų B ir D pusiauakampinės kerta įstrižainę AC tame pačiame taške. Raskite nežinomas keturkampio kraštines.

82. Į trikampį ABC įbrėžtas apskritimas su centru taške O. Raskite trikampio kraštines AB ir BC, jeigu AC lygi 16, OA lygi 6, OC lygi 14.

III Uždaviniai su įbrėžtiniais ir apibrėžtiniais trikampiais bei keturkampiais

83. Staus trikampio statiniai yra lygties $x^2 + 17x + 60 = 0$ sprendiniai. Raskite įbrėžto į trikampį apskritimo spindulį.
84. Staus trikampio statiniai yra lygties $x^2 - 14x + 48 = 0$. Raskite apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulį.
85. *Į trikampį įbrėžtas apskritimas. Nubrėžtos trys jo liestinės, kurios nukerta nuo duoto trikampio tris mažus trikampius. Įrodykite, kad didžiojo trikampio perimetras lygus mažųjų trikampių perimetrų sumai.
86. Į lygiašonį trikampį, kurio pagrindas lygus 12, įbrėžtas apskritimas. Trys jos liestinės nukerta nuo duotojo trikampio tris mažus trikampius. Jų perimetrų suma – 48. Raskite duotojo trikampio šoninę kraštinę.
87. *Į trikampį įbrėžtas apskritimas, kurio spindulys lygus r. Apskritimo liestinės lygiagrečios trikampio kraštinėms. Į kiekvieną susidariusį trikampį įbrėžtų apskritimų spinduliai – 2, 3, 4. Raskite r.
88. Į trikampį, kurio kraštinės lygios 6, 10, 12, įbrėžtas apskritimas. Jo liestinė kerta dvi ilgesnes kraštines. Raskite nukirsto trikampio perimetrą.
89. Į trikampį, kurio perimetras lygus 20, įbrėžtas apskritimas. Jo liestinės atkarpa, esanti tarp trikampio kraštinių, lygi 2, 4 ir lygiagreti pagrindui. Raskite trikampio pagrindą.
90. Į lygiašonį trikampį įbrėžtas apskritimas. Lietimosi taškai dalija kiekvieną šoninę kraštinę į atkarpas m ir n, skaičiuojant nuo viršūnės. Nubrėžtos trys apskritimo liestinės lygiagrečios trikampio kraštinėms. Raskite liestinių atkarpų ilgius.
91. Į trikampį, kurio kraštinės lygios 39, 60, 63, įbrėžtas apskritimas. Apskritimo liestinė lygiagreti didesnei trikampio kraštinei. Raskite gautos trapecijos plotą.
92. Stačiajame trikampyje ABC iš staus kampo C viršūnės nubrėžta aukštinė CD. Į trikampius ACD ir BCD įbrėžtų apskritimų spinduliai lygūs 4 ir 3. Raskite į trikampį ABC įbrėžto apskritimo spindulį.
93. *Į statųjį trikampį įbrėžto apskritimo lietimosi taškas dalija įžambinę į m ir n ilgio atkarpas. Įrodykite, kad trikampio plotas S lygus mn.
94. Į statųjį trikampį įbrėžtas apskritimas dalija įžambinę į dalis, kurios lygios a) 3 ir 4; b) 8 ir 15. Raskite trikampio plotą.
95. *Stačiojo trikampio vienas statinis lygus 15, o kito statinio projekcija įžambinėje lygi 16. Raskite į trikampį įbrėžto apskritimo spindulį.
96. Stačiojo trikampio statinių projekcijos įžambinėje lygios 9 ir 16. Raskite į trikampį įbrėžto skritulio plotą.
97. Stačiojo trikampio aukštinė, nubrėžta į įžambinę, lygi h, įbrėžto apskritimo spindulys – r. Raskite įžambinę.
98. Stačiojo trikampio plotas lygus 24, įžambinė lygi 10. Raskite įbrėžto apskritimo spindulį.
99. Apie skritulį, kurio plotas lygus S, apibrėžtas taisyklingas trikampis. Raskite jo kraštinę.
100. Apie skritulį apibrėžtas taisyklingas trikampis, kurio plotas lygus S. Raskite skritulio spindulį.
101. *Įrodykite, kad jei į statųjį trikampį įbrėžtas apskritimas, tai įbrėžto apskritimo spindulys $r = \frac{1}{2}(a + b - c) = p - c$, kur a, b – statiniai, c – įžambinė, p – pusperimetris.
102. Stačiojo trikampio įžambinė lygi 6, įbrėžto į jį apskritimo spindulys lygus 2. Raskite trikampio plotą.

103. Apie skritulį apibrėžtas statusis trikampis, kurio plotas lygus 60. Raskite įžambinę, jeigu skritulio spindulys $r = 3$.
104. Stačiojo trikampio statinių suma lygi 5, įžambinė lygi 3. Raskite įbrėžto skritulio skersmenį.
105. Į statųjį trikampį įbrėžto ir apie jį apibrėžto apskritimų spinduliai lygūs 2 ir 5. Raskite trikampio statinius.
106. Raskite stataus trikampio statinius, jei trikampio perimetras lygus 90, o įbrėžto apskritimo spindulys r lygus 4.
107. Stačiojo trikampio perimetras lygus 24, plotas lygus 24. Raskite apibrėžto skritulio plotą.
108. Stačiojo trikampio statiniai lygūs 8 ir 15. Raskite atstumą nuo stačiojo kampo viršūnės iki įbrėžto apskritimo centro.
109. Įbrėžto į trikampį apskritimo spindulys lygus statinių skirtumo pusei. Raskite didesniojo ir mažesniojo statinių santykį.
110. Stačiojo trikampio įžambinė lygi a . Įbrėžtinio apskritimo spindulys lygus r . Raskite trikampio plotą.
111. Stačiojo trikampio statinių suma lygi m , įžambinė lygi c . Raskite įbrėžto skritulio skersmenį.
112. Stačiojo trikampio aukštinė, nuleista į įžambinę, dalija jį į du trikampius. Į šiuos trikampius įbrėžtų apskritimų spinduliai lygūs 1 ir 2. Raskite spindulį apskritimo, įbrėžto į duotąjį trikampį.
113. Atstumas nuo skritulio centro iki stygos, kurios ilgis yra 16, lygus 15. Raskite apie skritulį apibrėžto trikampio plotą, jeigu trikampio perimetras yra 200.
114. Lygiašonio trikampio aukštinė lygi 48, pagrindo ir šoninės kraštinės santykis 4:3. Raskite įbrėžto apskritimo spindulį.
115. Apie apskritimą, kurio spindulys – 4, apibrėžtas trikampis ABC. AB lygi 13, aukštinė BD lygi 12. Raskite AC ir BC.
116. Į lygiakraštį trikampį, kurio kraštinė a , įbrėžtas skritulys. Trikampio kampuose įbrėžiami vienas už kitą mažesni skrituliai. Jie turi liesti dvi trikampio kraštines ir vieną anksčiau įbrėžtą skritulį. Raskite visų tokių skritulių plotų sumą.
117. Lygiašonio trikampio šoninė kraštinė lygi 10, pagrindas lygus 12. Į trikampį įbrėžtas apskritimas. Nubrėžtos dvi apskritimo liestinės, lygiagrečios trikampio aukštinei, nukerta nuo duotojo trikampio du stačiuosius trikampius. Raskite tų trikampių kraštines.
118. *Apie statų trikampį apibrėžto apskritimo spindulys lygus 15, o į jį įbrėžto apskritimo spindulys lygus 6. Raskite trikampio kraštines.
119. Į statųjį trikampį įbrėžto apskritimo spindulys lygus 3, o statinis lygus 10. Raskite apie trikampį apibrėžto apskritimo spindulį.
120. Stačiojo trikampio statiniai lygūs 6 ir 8. Raskite atstumą nuo įbrėžto į trikampį apskritimo centro iki apibrėžto apie trikampį apskritimo centro.
121. Į statųjį trikampį įbrėžtas apskritimas. Lietimosi taškas dalija įžambinę santykiu 2:3. Įbrėžto apskritimo centras nutolęs nuo stačiojo kampo viršūnės atstumu, lygiu 8. Raskite trikampio kraštines.
122. *Į trikampį įbrėžtas apskritimas, kurio spindulys lygus 3. Lietimosi taškas vieną jo kraštinę dalija į dalis, lygias 3 ir 4. Raskite trikampio kraštines.
123. Apie statųjį trikampį apibrėžto apskritimo spindulys 2,5 karto didesnis už įbrėžto apskritimo spindulį. Raskite trikampio didesniojo smailiojo kampo sinusą.
124. Stataus trikampio įžambinė lygi m , o įbrėžto apskritimo spindulys lygus r . Raskite trikampio statinius ir apibrėžto apie trikampį apskritimo spindulį.
125. Apie skritulį apibrėžtas lygiašonis trikampis. Skritulio spindulys r lygus 3, o trikampio smailusis kampas prie pagrindo lygus 30° . Raskite trikampio kraštines.
126. *Taisyklingajame trikampyje kiekviena kraštinė padalyta santykiu 1:2, ir atitinkamai dalijimo taškai viena kryptimi sujungti tarpusavyje. Į susidariusį taisyklingą trikampį įbrėžtas apskritimas, kurio spindulys r lygus 6. Raskite trikampio kraštines.

127. Apskritimo, įbrėžto į statųjį trikampį, centras nutolęs nuo įžambinės galų atstumais, lygiais $\sqrt{5}$ ir $\sqrt{10}$. Raskite trikampio statinius.
128. Trikampio, kurio vienas kampas lygus skirtumui kitų dviejų, mažiausioji kraštinė lygi 1, o kvadratų, nubrėžtų ant kitų dviejų kraštinių, plotų suma 2 kartus didesnė už plotą skritulio, apibrėžto apie trikampį. Raskite ilgiausią trikampio kraštinę.
129. Trikampio, kurio vienas kampas lygus kitų dviejų kampų skirtumui, trumpiausia kraštinė lygi 2, o trikampio ir apie jį apibrėžto skritulio plotų santykis lygus 1:4. Raskite ilgiausios kraštinės ilgį.
130. Iš apskritimo taško nubrėžtos dvi tarpusavyje statmenos stygos, kurių ilgiai lygūs 8 ir 15. Raskite apskritimo spindulį.
131. Iš apskritimo taško nubrėžtos dvi tarpusavyje statmenos stygos. Atkarpa, jungianti stygų vidurio taškus, lygi 12. Raskite skritulio spindulį.
132. *Stačiojo trikampio statiniai lygūs 30 ir 40. Raskite pusiauakraštinės, nubrėžtos į įžambinę, ilgį.
133. Į skritulį, kurio plotas lygus S, įbrėžtas status trikampis. Vienas jo kampas lygus 30° . Raskite trikampio plotą.
134. Į apskritimą, kurio spindulys lygus $\sqrt{5}$, įbrėžtas status trikampis taip, kad vienas statinis 2 kartus arčiau centro nei kitas. Raskite didesnįjį statinį.
135. *Lygiašonio trikampio šoninė kraštinė lygi 12, o apibrėžto apskritimo centras nutolęs nuo pagrindo atstumu, lygiu 1. Raskite apibrėžto apskritimo spindulį.
136. Lygiašonio trikampio šoninė kraštinė lygi a, o kampas prie viršūnės lygus 120° . Raskite apie trikampį apibrėžto apskritimo skersmenį.
137. Į skritulį įbrėžtas lygiašonis trikampis, kurio šoninė kraštinė lygi a, o kampas prie pagrindo lygus 30° . Raskite trikampio plotą.
138. *Į lygiašonį trikampį įbrėžto apskritimo spindulys r lygus $\frac{3}{2}$, o apie jį apibrėžto apskritimo spindulys R lygus $\frac{25}{8}$. Kokiais sveikaisiais skaičiais išreikštos trikampio kraštinės?
139. Lygiašonio trikampio pagrindas lygus 16, o šoninė kraštinė lygi 10. Raskite įbrėžto ir apibrėžto apskritimų spindulius ir atstumą tarp tų apskritimų centrų.
140. Dvi trikampio kraštinės lygios 120 ir 112. Aukštinė, nubrėžta į mažesniąją iš jų, lygi 96. Raskite apibrėžto apskritimo spindulį.
141. Į skritulį, kurio spindulys lygus 2, įbrėžtas trikampis, kurio du kampai lygūs 60° ir 45° . Raskite trikampio plotą.
142. Į trikampį įbrėžto apskritimo centras O sujungtas atkarpomis su trikampio ABC viršūnėmis A ir C. Įrodykite, kad $\angle AOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle AOB = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ACB$, $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BCA$.
143. Raskite trikampio kampus, jei dvi jo kraštinės iš įbrėžto apskritimo centro matomos 102° ir 126° kampais.
144. *Į rombą, kurio viena įstrižainė lygi šoninei kraštinei, įbrėžtas apskritimas. Apskritimo spindulys yra lygties $2\sqrt{3} - 3 = x^2$ šaknis. Raskite rombo kraštinę.
145. Apie apskritimą, kurio spindulys lygus r, apibrėžtas rombas, kurio kraštinė lygi a. Raskite rombo plotą.
146. Į rombą, kurio įstrižainė dalija jį į du lygiakraščius trikampius, įbrėžtas apskritimas. Jo spindulys lygus 2. Raskite rombo kraštinę.
147. Į rombą, kurio smailusis kampas lygus 30° , įbrėžtas skritulys. Jo plotas lygus O. Raskite rombo plotą.

148. Į rombą, kurio smailusis kampas lygus 60° įbrėžtas skritulys. Jo spindulys lygus r . Raskite rombo plotą.
149. Į rombą įbrėžtas skritulys, o į skritulį – kvadratas. Raskite rombo smailųjį kampą, jei rombo plotas keturis kartus didesnis už kvadrato plotą.
150. Į rombą, kurio smailusis kampas lygus 30° , įbrėžtas skritulys, o į jį kvadratas. Raskite rombo ir kvadrato plotų santykį.
151. Stačiakampio perimetras lygus 46, o apibrėžto apie jį skritulio plotas lygus $2,25\pi$. Raskite stačiakampio plotą.
152. Į skritulį, kurio plotas lygus S , įbrėžtas kvadratas. Raskite jo kraštinę.
153. Į skritulį, kurio plotas lygus S , įbrėžtas stačiakampis. Jo ilgesnioji kraštinė dvigubai ilgesnė už trumpąją. Raskite stačiakampio plotą.
154. Apie stačiakampį, kurio ilgesnioji kraštinė a , apibrėžtas apskritimas. Raskite apskritimo ilgį, jeigu į stačiakampį galima įbrėžti du lygius apskritimus, liečiančius vienas kitą.
155. *Į apskritimą įbrėžto stačiakampio viršūnės dalija apskritimą į keturis lankus. Stačiakampio kraštinės lygios 24 ir 7. Raskite atstumą nuo vieno iš didesnių lankų vidurio taško iki stačiakampio viršūnių.
156. Skritulio ir į jį įbrėžto kvadrato plotų skirtumas lygus $2\sqrt{3}(\pi - 2)$. Raskite į skritulį įbrėžto taisyklingo šešiakampio ir taisyklingo trikampio plotus.
157. *Į skritulį, kurio spindulys lygus R , įbrėžta lygiašonė trapecija. Jos ilgesnysis pagrindas sutampa su skritulio skersmeniu, o kampas prie pagrindo lygus 60° . Raskite trapecijos plotą.
158. *Kokią būtiną ir pakankamą sąlygą turi tenkinti trapecija, kad į ją būtų galima įbrėžti ir apie ją apibrėžti apskritimą?
159. Apie apskritimą, kurio spindulys 1, apibrėžta lygiašonė trapecija, kurios šoninė kraštinė lygi 3. Raskite trapecijos plotą.
160. Apie apskritimą apibrėžtos lygiašonės trapecijos pagrindai lygūs 36 ir 100. Raskite apskritimo spindulį.
161. Į trapeciją, kurios pagrindai lygūs a ir b , galima įbrėžti apskritimą. Apie tą trapeciją galima apibrėžti apskritimą. Raskite įbrėžtinio apskritimo spindulį.
162. Apie apskritimą, kurio spindulys 4, apibrėžta lygiašonė trapecija, kurios perimetras 68. Raskite trapecijos pagrindus.
163. Apie spindulio r skritulį apibrėžta lygiašonė trapecija, kurios smailusis kampas α . Raskite trapecijos perimetrą.
164. Apie apskritimą apibrėžta lygiašonė trapecija, kurios pagrindai lygūs 3 ir 6. Raskite apskritimo spindulio kvadratą.
165. *Raskite apibrėžtos apie apskritimą lygiašonės trapecijos pagrindus, jeigu:
- šoninė kraštinė lygi 5, įstrižainė lygi 7;
 - r lygus $2\sqrt{6}$, įstrižainė lygi 14;
 - r lygus 7,5, trapecijos plotas lygus 255;
 - trapecijos perimetras lygus 100, plotas lygus 600.
166. Lygiašonės trapecijos pagrindai lygūs 24 ir 10, o apibrėžto apie ją apskritimo spindulys lygus 13. Apskritimo centras nepriklauso trapecijai. Raskite trapecijos aukštinę.
167. *Raskite lygiašonės trapecijos plotą, jeigu jos aukštinė lygi $12\sqrt{3}$, o šoninė kraštinė iš apibrėžto apie tą trapeciją apskritimo centro matoma 60° kampū.
168. Apie lygiašonę trapeciją apibrėžto apskritimo centras dalija jos aukštinę santykiu 3:4. Apskritimo spindulys lygus 10, o trapecijos vidurio linija lygi aukštinei. Raskite trapecijos pagrindus.
169. *Lygiašonės trapecijos pagrindų santykis 5:12, aukštinė lygi 17, o vidurio linija – aukštinei. Raskite apie trapeciją apibrėžto apskritimo spindulį.
170. Apie apskritimą apibrėžta stačioji trapecija, kurios trumpesnis pagrindas lygus 6. Raskite trapecijos plotą, kai apskritimo spindulys lygus 4.

171. *Į stačiąją trapeciją įbrėžto apskritimo centras nutolęs nuo šoninės kraštinės galų atstumais a ir b. Raskite trapecijos vidurio liniją, jeigu a) $a = 8, b = 4$; b) $a = 1, b = 2$.
172. Į stačiąją trapeciją įbrėžtas apskritimas, kurio spindulys lygus r. Trapecijos trumpesnis pagrindas lygus $\frac{4}{3}r$. Raskite kitas trapecijos kraštines.
173. Į stačiąją trapeciją įbrėžto apskritimo spindulys lygus 4. Trapecijos trumpesnis pagrindas lygus 6. Raskite trapecijos plotą.
174. Trapecijos pagrindai lygūs 20 ir 12. Apibrėžto apskritimo centras priklauso ilgesniam jos pagrindui. Raskite įstrižaines ir šonines kraštines.
175. *Apie lygiašonę trapeciją, kurios pagrindai lygūs 2 ir 14, o šoninė kraštinė lygi 10, apibrėžtas apskritimas. Raskite jo spindulį.
176. *Lygiašonės trapecijos vidurio linija lygi 5. Į trapeciją galima įbrėžti apskritimą. Trapecijos vidurio linija dalija ją į dvi dalis, kurių plotų santykis lygus 7:13. Raskite trapecijos aukštinę.
177. Trapecijos pagrindų ilgių skirtumas – 14, šoninių kraštinių ilgiai lygūs 13 ir 15. Į trapeciją galima įbrėžti apskritimą. Raskite trapecijos plotą.
178. Apie apskritimą apibrėžta trapecija, kurios šoninės kraštinės lygios 13 ir 15, o plotas lygus 168. Raskite trapecijos pagrindus.
179. Apie apskritimą apibrėžtas keturkampis, kurio dvi gretimos kraštinės lygios 21 ir 26, o įstrižainė, jungianti jų galus, lygi 25. Raskite kitas keturkampio kraštines, jeigu kampas tarp jų lygus 90° .
180. * Apie apskritimą apibrėžtas keturkampis, kurio dvi gretimos kraštinės lygios 6 ir 8. Keturkampio plotas lygus 72. Įbrėžto apskritimo spindulys lygus 4. Raskite nežinomas keturkampio kraštines.
181. Apie apskritimą apibrėžtas keturkampis ABCD, kurio kraštinė AB lygi 13, BC lygi 20, CD lygi 17, o įstrižainė AC lygi 21. Raskite įbrėžto apskritimo spindulį.
182. Apie apskritimą apibrėžtas keturkampis, kurio įstrižainės statmenos ir lygios 30 ir 28. Įbrėžto apskritimo spindulius lygus 10. Raskite keturkampio perimetrą.
183. Apie apskritimą apibrėžtas keturkampis ABCD. $AB = AD, BC = CD, \angle ADC = 90^\circ$. Raskite AC, jei keturkampio perimetras lygus 9,8, plotas lygus 5,88.
184. *Į apskritimą įbrėžtas keturkampis, kurio kampai lygūs $120^\circ, 90^\circ, 60^\circ$ ir 90° . Keturkampio plotas lygus $9\sqrt{3}$, o įstrižainės viena kitai statmenos. Raskite apskritimo spindulį.
185. Keturkampio ABC, įbrėžto į apskritimą, įstrižainės statmenos. Įrodykite, kad jo priešingų kraštinių kvadratų suma lygi skersmens kvadratui, t.y., $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2 = 4R^2$.
186. Keturkampis ABCD įbrėžtas į apskritimą, ir jo įstrižainės statmenos. Įrodykite, kad keturkampio plotas lygus priešingų kraštinių sandaugos sumos pusei, t.y., $S = \frac{1}{2}(AD \cdot BC + AB \cdot DC)$.
187. (Ptolemėjaus teorema) Keturkampis įbrėžtas į apskritimą. Įrodykite, kad kraštinių sandaugų suma lygi jo įstrižainių sandaugai, t.y., $AB \cdot CD + BC \cdot AD = BD \cdot AC$.
188. Apskritime, apibrėžtame apie lygiakraštį trikampį ABC, laisvai pasirinktas taškas M. Įrodykite, kad didžiausioji iš atkarpų MA, MB ir MC lygi kitų dviejų sumai.
189. Lygiašonė trapecija įbrėžta į apskritimą. Mažesnis pagrindas BC lygus šoninei kraštinei AB. Įrodykite, kad $AC^2 = AB(AD + AB)$.

IV Uždaviniai su trikampio pusiau kraštinėmis

190. Trikampio pagrindas lygus 60, aukštinė, nuleista į jį, lygi 12, o pusiau kraštinė lygi 13. Raskite ilgesnę šoninę kraštinę.
191. *Stačiojo trikampio statinių pusiau kraštinės lygios 6 ir $2\sqrt{11}$. Raskite trikampio vidurinės linijos, lygiagrečios įžambinei, ilgį.
192. Stačiojo trikampio statinių pusiau kraštinės lygios $\sqrt{73}$ ir $\sqrt{52}$. Raskite įžambinę.
193. Vienas trikampio statinis lygus 6, o pusiau kraštinė, nuleista į šį statinį, lygi 5. Raskite įžambinę.
194. *Stačiojo trikampio pusiau kraštinė, nubrėžta į įžambinę, dalija statų kampą santykiu 2:3. Raskite trikampio kampus.
195. Pusiau kraštinė, nubrėžta į stačiojo trikampio įžambinę, lygi m ir dalija statų kampą santykiu 1:2. Raskite trikampio kraštines.
196. Trikampio kraštinės lygios 3, 4, 5. Raskite plotus trikampių, į kuriuos duotąjį trikampį dalija aukštinė ir pusiau kraštinė, nubrėžtos į ilgiausiąją kraštinę.
197. *Įrodykite, kad trys trikampio pusiau kraštinės susikerta viename taške, kuris dalija kiekvieną pusiau kraštinę santykiu 2:1, skaičiuojant nuo trikampio viršūnės.
198. *Raskite trikampio ABC kraštinę c , jeigu žinome kraštines a ir b , be to, pusiau kraštinės, nubrėžtos į jas, tarpusavyje statmenos.
199. Dvi trikampio kraštinės lygios 6 ir 8, pusiau kraštinės, išvestos į šias kraštines, tarpusavyje statmenos. Raskite trečiąją trikampio kraštinę.
200. Dvi trikampio kraštinės lygios 9 ir 12, pusiau kraštinės, išvestos į šias kraštines, tarpusavyje statmenos. Raskite trečiąją trikampio kraštinę.
201. *Trikampio ABC pusiau kraštinės lygios m ir n ir tarpusavyje statmenos. Raskite trikampio plotą.
202. Trikampio ABC pusiau kraštinė AM statmena pusiau kraštinei BN . Raskite trikampio ABC plotą, jeigu AM lygi 3, BN lygi 4.
203. *Trikampio kraštinės lygios a , b , c . Išreikškite jomis trikampio pusiau kraštinę m .
204. Raskite visų trikampio pusiau kraštinių kvadratų sumos ir visų jo kraštinių kvadratų sumos santykį.
205. Trikampio kraštinės lygios 11, 13 ir 16. Raskite pusiau kraštinę, nubrėžtą į mažiausią trikampio kraštinę.
206. Lygiašonio trikampio šoninė kraštinė lygi 4, o pusiau kraštinė, nubrėžta į šoninę kraštinę, lygi 3. Raskite trikampio pagrindą.
207. Lygiašonio trikampio pagrindas lygus $4\sqrt{2}$, o šoninės kraštinės pusiau kraštinė lygi 5. Raskite šoninę kraštinę.
208. *Trikampio dvi kraštinės lygios 7 ir 11. Trečios kraštinės pusiau kraštinė lygi 6. Raskite trikampio perimetrą ir mažiausio kampo sinusą.
209. *Dvi trikampio kraštinės lygios 1 ir $\sqrt{15}$, o trečios kraštinės pusiau kraštinė lygi 2. Raskite trikampio plotą.
210. Dvi trikampio kraštinės lygios 27 ir 29. Pusiau kraštinė į trečią kraštinę lygi 26. Raskite trikampio plotą.
211. Viena trikampio kraštinė lygi 16; pusiau kraštinės, nubrėžtos į kitas dvi kraštines, lygios 11,5 ir 14,5. Raskite nežinomas trikampio kraštines.
212. Trikampio pusiau kraštinės lygios 5 , $\sqrt{52}$ ir $\sqrt{73}$. Įrodykite, kad trikampis status.
213. *Trikampio kraštinės lygios 13, 14, 15. Raskite plotus trikampių, į kuriuos duotąjį trikampį dalija jo pusiau kraštinės.

214. Trikampio ABC plotas lygus 4. Jo kraštinių AB, BC ir AC tęsiniuose atitinkamai atidėtos atkarpos: BM, lygi AB, CN, lygi BC, AP, lygi CA. Raskite trikampio MNP plotą.
215. Trikampio pagrindas lygus 20. Šoninių kraštinių pusiauakraštinės lygios 18 ir 24. Raskite trikampio plotą.
216. *Duotos trys trikampio pusiauakraštinės m_a , m_b , m_c . Raskite kraštinę a.
217. Duotos trys trikampio pusiauakraštinės m_a , m_b , m_c . Raskite trikampio plotą.
218. Trikampio pusiauakraštinės lygios 3, 4 ir 5. Raskite trikampio plotą.
219. Trikampio pusiauakraštinės lygios 5, 6 ir 5. Raskite trikampio plotą.
220. Vieno trikampio pusiauakraštinės lygios kito trikampio kraštinėms. Raskite tų trikampių plotų santykį.
221. Stačiojo trikampio plotas lygus S, smailusis kampas lygus α . Raskite atstumą nuo pusiauakraštinių susikirtimo taško iki įžambinės.
222. Taškas N yra trikampio ABC kraštinėje AC, $AN:AC=n$. Koku santykiu pusiauakraštinė AM dalija BN?
223. Smailiajame trikampyje ABC pusiauakraštinės BM, CN ir aukštinė AK atitinkamai lygios 4, 5 ir 6. Raskite trikampio plotą.
224. Taškas M – trikampio ABC pusiauakraštinių susikirtimo taškas. Koku santykiu tiesė, nubrėžta per C ir AM vidurio tašką, dalija pusiauakraštinę, nubrėžtą iš B?

V. Uždaviniai su pusiauakampinėmis

225. *Dvi trikampio kraštinės lygios a ir b. Pusiauakampinė l dalija trečiąją kraštinę į a_1 ir b_1 ilgio atkarpas. Įrodykite, kad $l^2 = ab - a_1b_1$.
226. Kam lygus smailusis kampas tarp smailiųjų kampų pusiauakampinių stačiajame trikampyje?
227. Kvadrato išorėje nubrėžtas status trikampis, kurio įžambinė sutampa su kvadrato kraštine. Įrodykite, kad trikampio statuso kampo pusiauakampinė dalija kvadrato plotą pusiau.
228. Trikampio ABC kampo A priekampio pusiauakampinė tiesė BC kerta taške D. Įrodykite, kad $BD:AB=DC:AC$.
229. *Styga AB lygi 15, styga AC lygi 21, styga BC lygi 24. Taškas D yra lanko CD vidurio taškas. Į kokias dalis tiesė AD dalija stygą BC?
230. Raskite statinius, jeigu stačiojo kampo pusiauakampinė dalija įžambinę į dvi dalis, lygias 15 ir 20.
231. Stačiojo trikampio stačiojo kampo pusiauakampinė daliją įžambinę santykiu 7:9. Koku santykiu (skaičiuojant dalis ta pačia tvarka) ją dalija aukštinė?
232. Stačiojo trikampio ABC statinis BC lygus 6, įžambinė AB lygi 10. Nubrėžtos kampo ABC ir jam gretutinio kampo pusiauakampinės, kurios statinį AC ir jo tęsinį kerta taškuose D ir E. Raskite DE.
233. Stačiojo trikampio smailiojo kampo pusiauakampinė dalija priešingą statinį į 4 ir 5 ilgio atkarpas. Raskite trikampio plotą.
234. Raskite trikampio, kurio statiniai lygūs a ir b, stačiojo kampo pusiauakampinę.
235. Dvi trikampio kraštinės lygios a ir b, kampas tarp jų lygus 120° . Raskite šio kampo pusiauakampinę.
236. *Raskite trikampio kampo, lygaus α , pusiauakampinę, jeigu kampą sudarančios kraštinės lygios a ir b.
237. *Stačiojo trikampio statiniai lygūs 15 ir 20. Iš statuso kampo viršūnės nubrėžta aukštinė ir abiejų kampų, kuriuos sudaro ši aukštinė su statiniais, pusiauakampinės. Raskite įžambinės atkarpa, esančią tarp pusiauakampinių.

238. Trikampio ABC aukštinė BD. Kampų ABD ir DBC pusiaukampinės kerta kraštinę AC taškuose E ir F. AE sutinka su ED kaip 5 su 3. DF lygi 10, FC lygi 26. Raskite trikampio ABC perimetrą.
239. Nubrėžtos lygiašonio trikampio, kurio šoninė kraštinė b, kampų prie pagrindo pusiaukampinės. Tiesės atkarpą tarp pusiaukampinių ir šoninių kraštinių susikirtimo taškų lygi m. Raskite trikampio pagrindą.
240. Lygiašonio trikampio pagrindas lygus 8, šoninė kraštinė lygi 12. Raskite ilgį atkarpos, jungiančios trikampio kampų prie pagrindo pusiaukampinių ir šoninių kraštinių susikirtimo taškus.
241. Trikampio ABC kraštinės AB ir AC lygios 15 ir 10. AD – kampo A pusiaukampinė. Iš taško D nubrėžta tiesė, lygiagreti AB, susikerta su AC taške E. Raskite AE, EC ir DE.
242. Lygiašonio trikampio ABC šoninė kraštinė AB lygi 10, pagrindas AC lygus 12. Kampų A ir C pusiaukampinės susikerta taške D. Raskite BD.
243. Lygiašonio trikampio pagrindas lygus 30, o šoninė kraštinė lygi 39. Raskite įbrėžtinio skritulio spindulį.
244. Į lygiašonį trikampį įbrėžto skritulio centras dalija aukštinę santykiu 17:15. Pagrindas lygus 60. Raskite skritulio spindulį.
245. Į lygiašonį trikampį įbrėžto skritulio spindulys sudaro $\frac{2}{7}$ aukštinės. Trikampio perimetras lygus 56. Raskite trikampio kraštines.
246. Į lygiašonį trikampį ABC įbrėžto apskritimo spindulys sudaro 0,4 aukštinės ilgį. Trikampio perimetras lygus 40. Raskite pagrindą AC.
247. Lygiašonio trikampio šoninė kraštinė lygi 10. Atstumas nuo viršūnės, esančios priešais pagrindą, iki įbrėžto apskritimo centro lygus 5. Raskite įbrėžto apskritimo spindulį.
248. Į lygiašonį trikampį įbrėžto skritulio centras dalija aukštinę santykiu 12:5. Trikampio šoninė kraštinė lygi 60. Raskite pagrindą.
249. Lygiašonio trikampio aukštinė lygi 20, o pagrindo ir šoninės kraštinės santykis 4:3. Raskite įbrėžto skritulio plotą.
250. Lygiašonio trikampio pagrindas ir šoninė kraštinė atitinkamai lygūs 5 ir 20. Raskite kampo prie pagrindo pusiaukampinę.
251. Lygiašonio trikampio kampas priešais pagrindą – 36° , o kampo prie pagrindo pusiaukampinė lygi $\sqrt{20}$. Raskite trikampio kraštines.
252. Lygiašonio trikampio kampas prie pagrindo – 72° , o to kampo pusiaukampinė m ilgio. Raskite trikampio kraštines.
253. Į trikampį ABC įbrėžtas rombas ADEF taip, kad viršūnės D, E ir F yra atitinkamai kraštinėse AB, BC ir AC. Raskite BE ir EC, jeigu AB, BC ir AC atitinkamai lygios 14; 12; 10.
254. *Dvi trikampio kraštinės lygios 9 ir 6. Kampo tarp jų pusiaukampinė dalija trečiąją kraštinę į atkarpas, kurių viena lygi vienai žinomų trikampio kraštinių. Raskite trečiąją kraštinę.
255. Trikampyje ABC nubrėžta kampo B pusiaukampinė BD. AB sutinka su BC kaip 2 su 7, DC ir AD skirtumas lygus 1. Raskite AC.
256. Trikampyje ABC nubrėžta kampo B pusiaukampinė BD. AD sutinka su DC kaip 8:5. Raskite BC.
257. *Trikampio kraštinės lygios 51, 85 ir 104. Apskritimas liečia dvi trumpesnes kraštines, o jo centras yra ilgesnėje kraštinėje. Į kokias dalis apskritimo centras dalija ilgiausią kraštinę?
258. Į trikampį įbrėžtas pusapskritimis, kurio spindulys lygus 12. Pusapskritimio centras dalija vieną trikampio kraštinę į 15 ir 20 ilgio atkarpas. Raskite trikampio kraštines.
259. Iš trikampio ABC viršūnės B nubrėžtos pusiaukampinė BD ir pusiaukraštinė BE ($D, E \in AC$). Raskite AC, jeigu DE lygi a, o AB ilgesnė už BC, ir AB sutinka BC kaip b su c.
260. Trikampyje ABC iš kampo CAB nubrėžta pusiaukampinė AD, iš kampo ADB – pusiaukampinė DF, iš kampo ADC – pusiaukampinė DE. Įrodykite, kad $FA \cdot BD \cdot CE = BF \cdot DC \cdot AE$.

261. Duotas trikampis ABC: AM – pusiauakraštinė, ME – kampo AMB pusiauakampinė, MD – kampo AMC pusiauakampinė. Įrodykite, kad ED lygiagreti BC.
262. *Trikampio ABC pusiauakampinės BD ir AE susikerta taške O. Raskite AC, jeigu AB lygi 12, AO sutinka su OE kaip 3 su 2, AD sutinka su DC kaip 6 su 7.
263. Trikampio ABC kampo A pusiauakampinė kerta aukštinę BD taške O, o BC – taške E. Raskite AC, jeigu BO lygi 7,5, OD lygi 4,5, o BE sutinka su EC kaip 5 su 7.
264. Lygiašonio trikampio ABC ($AB=BC$) kampo A pusiauakampinė kerta aukštinę BD taške O, BC – taške E. Raskite AC, jeigu BO sutinka su OD kaip 4 su 3, o EC lygi 12.
265. Trikampio ABC pusiauakampinės AE ir BD susikerta taške O. Raskite santykį AO:OE, jeigu AD lygi 12, EC lygi 10.
266. Trikampio ABC status kampo pusiauakampinė kerta įstrižainę taške D. Iš didesniojo smailiojo kampo A viršūnės nubrėžtas statmuo į pusiauakampinę CD, ir jo tęsinys kerta BC taške E. Raskite AD ir BD, jeigu BE lygi 1, EC lygi 3.
267. Stačiojo trikampio statiniai lygūs 14 ir 18. Raskite smailiųjų kampų pusiauakampines.
268. Nubrėžta stačiojo trikampio smailiojo kampo pusiauakampinė. Atkarpa, jungianti jos pagrindą su pusiauakraštinių susikirtimo tašku, statmena statiniui. Raskite trikampio kampus.
269. Trikampyje ABC nubrėžta pusiauakampinė AK. Įbrėžto į trikampį ABK ir apibrėžto apie trikampį ABC apskritimų centrai sutampa. Raskite trikampio ABC kampus.
270. Trikampio pusiauakampinė AM ir BN susikerta taške O. $AO = \sqrt{3}MO, NO = (\sqrt{3} - 1)BO$. Raskite trikampio ABC kampus.
271. Trikampio ABC kampo B pusiauakampinė dalija AC į atkarpas AD ir DC, atitinkamai lygias 12 ir 8. Per pusiauakampinių susikirtimo tašką nubrėžta tiesė, lygiagreti AB. Šios tiesės atkarpa tarp AC ir BC pusiauakampinė BD dalija santykiu 1:2. Raskite AB ir BC.
272. *Lygiašonio trikampio ABC ($AB=BC$) kampo A pusiauakampinė dalija BC santykiu 2:3, skaičiuojant nuo viršūnės B. Per pusiauakampinių susikirtimo tašką nubrėžta tiesė, lygiagreti BC. Šios tiesės atkarpa, esanti tarp AB ir AC, lygi 10. Raskite AC.
273. Lygiašonio trikampio ABC ($AB=BC$) kampo A pusiauakampinė dalija BC santykiu 5:8, skaičiuojant nuo viršūnės B. Vidurio liniją, lygiagrečią AC, pusiauakampinė dalija į atkarpas, kurių skirtumas lygus 12. Raskite trikampio ABC perimetrą.
274. Lygiašonės trapecijos smailusis kampas lygus 60° . Šio kampo pusiauakampinė dalija įstrižainę santykiu 4:11, o mažesnįjį pagrindą į atkarpas, kurių skirtumas lygus 6. Raskite vidurio liniją.
275. * Lygiašonės trapecijos smailiojo kampo pusiauakampinė dalija įstrižainę santykiu 5:6, skaičiuojant nuo bukojo kampo viršūnės. Trapecijos vidurio linija lygi 28. Raskite šoninę kraštinę.
276. Lygiašonės trapecijos pagrindai lygūs 4 ir 8, o jos plotas lygus 21. Kokią kraštinę kerta pusiauakampinė prie didesnio pagrindo (mažesnę pagrindą ar šoninę kraštinę)?
277. Duotos trikampio kraštinės a, b, c. Raskite pusiauakampinę l.
278. *Trikampio ABC kraštinės lygios 18, 15, 12. Raskite pusiauakampinės, nubrėžtos į didžiausią kraštinę, ilgį.
279. Dvi trikampio kraštinės lygios b ir c. Kampas A du kartus didesnis už kampą B. Raskite kraštinę a.
280. Trikampio ABC kampas A dvigubai didesnis už kampą B. Prieš tuos kampus esančios kraštinės atitinkamai lygios 12 ir 8. Raskite trečiąją kraštinę.
281. Lygiašoniame trikampyje kampo prie pagrindo pusiauakampinė dalija šoninę kraštinę į atkarpas, lygias 4 ir 1. Raskite pusiauakampinės ilgį.
282. Lygiašonio trikampio pusiauakampinė prie pagrindo dalija priešais esančią kraštinę taip, kad kraštinės atkarpa, esanti arčiau viršūnės, lygi trikampio pagrindui. Įrodykite, kad pusiauakampinė lygi trikampio pagrindui.
283. *Trikampio aukštinė lygi 2. Ji dalija trikampio kampą santykiu 2:1, o trikampio pagrindą į dvi dalis, iš kurių mažesnioji lygi 1. Raskite trikampio plotą.

284. Kraštinė, aukštinė ir pusiaukampinė, nubrėžtos iš vienos trikampio viršūnės, atitinkamai lygios $5, 2\sqrt{6}, 5$. Raskite kitas trikampio kraštines.
285. Trikampio ABC pusiaukampinė dalija priešais esančią kraštinę į atkarpas, lygias 4 ir 2, o aukštinė, nubrėžta į tą pačią kraštinę, lygi $\sqrt{15}$. Raskite trikampio kraštines, jeigu žinoma, kad jos išreiškiamos sveikais skaičiais.
286. Trikampio kraštinės a, b, c atitinkamai lygios 15, 14, 13. Iš viršūnės B nubrėžta aukštinė ir pusiaukampinė. Raskite tarp jų esančio trikampio plotą.
287. *Apie apskritimą, kurio spindulys lygus 7, apibrėžtas status trikampis. Apskritimo centras dalija statuso kampo pusiaukampinę santykiu 7:5 (skaičiuojant nuo statuso kampo viršūnės). Raskite trikampio įžambinę.
288. Į trikampį ABC įbrėžtas apskritimas. Lietimosi taškas kraštinę AC dalija į 17 ir 48 ilgio atkarpas. Apskritimo centras kampo A pusiaukampinę dalija santykiu 5:3. Raskite kraštines AB ir BC.
289. Apie apskritimą, kurio spindulys lygus 4, apibrėžtas trikampis. Jo pusiaukampinė dalija vieną iš aukštinių į 4,5 ir 7,5 ilgio atkarpas. Raskite trikampio kraštines.
290. Į trikampį ABC įbrėžtas apskritimas, kuris liečia AC taške A. Kampo B pusiaukampinė dalija AC taške D. Trikampio ABC perimetras lygus BO, o AD sutinka su DC kaip 3 su 5. Raskite trikampio kraštines.
291. Trikampio ABC kampas lygus 30° , AB lygi 4, BC lygi 6, kampo B pusiaukampinė kerta AC taške D. Raskite trikampio ABD plotą.
292. Raskite trikampio ABC pusiaukampinę AD, jei b, c – trikampio kraštinės, sudarančios kampą A, lygų 2α .
293. Dvi trikampio kraštinės lygios 35 ir 14, o kampo tarp jų pusiaukampinė lygi 12. Raskite trikampio plotą.
294. *Žinome dvi trikampio kraštines a ir b bei kampo tarp jų pusiaukampinę l. Raskite trikampio plotą.
295. *Trikampio plotas lygus 5, dvi kraštinės – 3 ir 4. Raskite plotus trikampių, į kuriuos trikampį dalija pusiaukampinė, esanti tarp duotųjų kraštinių.

VI. Uždaviniai su trikampio aukštine

296. Trikampio kraštinės lygios a, b, c. Raskite trikampio aukštines.
297. Dvi trikampio kraštinės lygios 3 ir 6. Aukštinių, nuleistų į šias kraštines, ilgių aritmetinis vidurkis lygus trečiajai trikampio aukštinei. Raskite trečiosios kraštinės ilgį.
298. * Trikampio aukštinės lygios 12, 15, 20. Įrodykite, kad trikampis status.
299. Trikampio aukštinės lygios 12, 15, 20. Raskite trikampio plotą.
300. *Lygiakraščio trikampio viduje laisvai parinktas taškas. Iš jo nuleisti statmenys į visas kraštines. Įrodykite, kad šių statmenų ilgių suma lygi trikampio aukštinės ilgiui.
301. Įrodykite, kad statmenų nuo lygiašonio trikampio pagrindo taško iki šoninių kraštinių suma nepriklauso nuo to taško padėties.
302. Aukštinė, nubrėžta į lygiašonio trikampio pagrindą, lygi h ir yra dvigubai ilgesnė už savo projekciją šoninėje kraštinėje. Raskite trikampio plotą.
303. Lygiašonio trikampio perimetras lygus 27, o kampo prie pagrindo sinusas lygus 0,6. Raskite trikampio plotą.
304. Raskite lygiašonio trikampio plotą, jeigu aukštinė, nubrėžta į pagrindą, lygi 10, o aukštinė, nubrėžta į šoninę kraštinę, lygi 12.

305. *Smailiojo trikampio dviejų kraštinių ilgiai lygūs $\sqrt{13}$ ir $\sqrt{10}$. Raskite trečiosios kraštinės ilgį, jeigu ji lygi į tą kraštinę nubrėžtai aukštinei.
306. Stačiojo trikampio plotas lygus $2\sqrt{3}$. Aukštinė, nubrėžta į įžambinę, dalija statųjį kampą santykiu 1:2. Raskite trikampio aukštinę.
307. Trikampio aukštinės lygios h_a, h_b, h_c . Raskite kraštines a, b, c .
308. *Jei h_a, h_b, h_c yra trikampio aukštinės, o r – įbrėžto apskritimo spindulys, įrodykite, kad teisinga lygybė:
$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}.$$
309. Aukštinė, nubrėžta į stačiojo trikampio įžambinę, dalija trikampį į du trikampius, kurių plotai lygūs Q ir q . Raskite trikampio statinius.

VII. Uždaviniai su plotų santykiu

310. *Stačiakampyje ABCD per tašką E, dalijantį įstrižainę AC santykiu 2:1 (skaičiuojant nuo viršūnės A), nuleisti statmenys: EF į kraštinę AD ir EK į kraštinę AB. Stačiakampio ABCD plotas 20 didesnis už stačiakampio AKEF plotą. Raskite kiekvieno šių stačiakampių plotus.
311. Rombo ABCD įstrižainėje AC pasirinktas taškas E, ir nubrėžta EF, lygiagreti BC, bei EK, lygiagreti AB (F priklauso AB, K – AD). Raskite rombo smailųjį kampą, jeigu rombo plotas lygus 18, keturkampio AFEK plotas lygus 8, o FB lygi 2.
312. Per trapecijos ABCD įstrižainės AC tašką F nubrėžtos dvi teisės, lygiagrečios BC bei CD ir kertančios AB taške E bei AD taške K. Raskite trapecijos AEFK plotą, jei trapecijos ABCD plotas yra 294, o AE sutinka su BE kaip 5:2.
313. Trapecijos ABCD (AD lygiagreti BC) pagrindų santykis lygus 5:3, trikampio ADM (M – tiesių AB ir CD susikirtimo taškas) plotas lygus 50. Raskite trapecijos plotą.
314. Lygiašoniame trikampyje ABC ($AB=BC$) nubrėžta teisė, lygiagreti AC, dalija tą trikampį į dvi dalis, kurių plotai, skaičiuojant nuo viršūnės B, lygūs 192 ir 240. Tiesės atkarpa, esanti tarp šoninių kraštinių, lygi 24. Raskite AB.
315. *Duotas trikampis ABC, kurio plotas lygus 300, o AB sutinka su AC kaip 3 su 5. Per viršūnę B nubrėžta teisė, kertanti kraštinę AC taške D taip, kad kampas ABD lygus kampui C. Raskite dviejų susidariusių trikampių plotus.
316. Trikampio ABC kraštinių AC ir BC skirtumas lygus 5. Nubrėžtos aukštinės BD ir AE. Raskite BC ir AC, jeigu trikampio BDC plotas lygus 96, o trikampio AEC plotas lygus 150.
317. Trikampio aukštinė dalija pagrindą į 36 ir 14 ilgio dalis. Tiesė, statmena pagrindui, dalija trikampio plotą pusiau. Į kokias dalis tiesė dalija trikampio perimetrą?
318. Stačiojoje trapecijoje ABCD (AD lygiagreti BC, o kampai A ir B statūs) įstrižainė AC statmena CD ir lygi 20. Trikampių ABC ir ACD plotų santykis lygus 16:25. Raskite trapecijos ABCD perimetrą.
319. Tiesė, lygiagreti trikampio pagrindui, dalija jį į dvi dalis, kurių plotų santykis, skaičiuojant nuo viršūnės, lygus 2:1. Kokiu santykiu ji dalija šonines kraštines?
320. Panašių rombų plotai lygūs 600 ir 1536. Raskite mažesniojo rombo kraštinę, jeigu jo didesnioji įstrižainė lygi didesniojo rombo kraštinei.
321. Tiesės atkarpa, esanti tarp lygiašonės trapecijos šoninių kraštinių bei lygiagreti trapecijos pagrindams, lygi 35 ir dalija trapeciją į dvi panašias trapecijas, kurių plotai yra 200 ir 392. Raskite trapecijos šoninę kraštinę.
322. Dviejų panašių lygiagretainių, kurių viena kraštinė bendra, plotai yra 432 ir 192, o jų perimetrų skirtumas lygus 40. Raskite lygiagretainių aukštines.

323. *Į trikampį ABC įbrėžtas lygiagretainis ADEF taip, kad kampas A bendras, o viršūnė E yra kraštinėje BC. Lygiagretainio plotas lygus 36, o trikampio BDE plotas lygus 24. Raskite trikampio ABC plotą.
324. *Lygiašonės trapecijos ABCD (AD ir BC – pagrindai) įstrižainės susikerta taške O. Trikampio BOC plotas lygus 48, o trikampio AOD plotas lygus 108. Trapecijos vidurio linija lygi 20. Raskite trapecijos įstrižaines.
325. Per lygiagretainio didesniosios įstrižainės tašką M nubrėžtos tiesės, lygiagrečios jo kraštinėms. Gautų lygiagretainių, kuriuose yra įstrižainės AC atkarpos, plotai lygūs 24 ir 54, jų mažesniųjų kraštinių skirtumas lygus 2. Raskite pradinio lygiagretainio plotą.
326. *Per tašką, esantį trikampio viduje, nubrėžtos trys tiesės, lygiagrečios trikampio kraštinėms. Šios tiesės dalija trikampį į šešias dalis, iš kurių trys yra trikampiai. Šių trikampių plotai lygūs S_1, S_2, S_3 . Raskite duotojo trikampio plotą.
327. Per trikampio ABC kraštinės AC tašką M nubrėžtos tiesės MN ir MP, lygiagrečios trikampio kraštinėms. Tiesių susikirtimo su trikampio kraštinėmis taškai N ir P sujungti atkarpa. Raskite trikampių NBP plotą, jeigu trikampių AMN ir MPC plotai atitinkamai lygūs S_1 ir S_2 .
328. Trikampio ABC kampai A ir C smailieji. Dvi tiesės, statmenos kraštinei AC, dalija trikampį į tris lygiaplotes dalis. Tų tiesių atkarpos, esančios trikampyje, lygios AC. Raskite trikampio ABC kampus.
329. Trapecijos ABCD (AB ir DC – pagrindai) įstrižainės susikerta taške E. Raskite trikampio BCE plotą, jeigu AB, DC ir AD atitinkamai lygios 30, 24, 3, o kampas DAB yra 60° .
330. Žinomas trikampis ABC. Tiesės BB_1 ir AC susikerta taške B_1 . Taškas M yra tiesėje BB_1 . Įrodykite, kad trikampių ABM ir CBM plotų santykis nepriklauso nuo taško M parinkimo.
331. Taškas O yra stačiojo trikampio ABC (kampas C status) vidaus taškas. Trikampių OAB, OAC ir OBC plotai lygūs. Įrodykite lygybę: $OA^2 + OB^2 = 5OC^2$.
332. *Lygiašonės trapecijos aukštinė lygi 4, įstrižainė dalija plotą santykiu 7:13. Raskite trapecijos perimetrą, jeigu šoninė kraštinė lygi 5.
333. Per kvadrato viršūnę reikia nubrėžti dvi tieses, kurios jį padalytų į tris vienodo ploto figūras. Kaip tai padaryti?
334. Lygiagretainio ABCD kraštinių CD ir BC vidurio taškai yra M ir N. Įrodykite, kad tiesės AM ir AN įstrižainę BD dalija į tris lygias dalis.
335. *Į lygiakraštį trikampį ABC, kurio kraštinė a, įbrėžtas trikampis LMN, kurio viršūnės yra trikampio ABC kraštinėse ir dalija kiekvieną jų santykiu 1:2. Raskite trikampio LMN plotą.
336. Iškiliojo keturkampio ABCD plotas lygus 1. Kraštinėje AB atidėtas taškas K taip, kad AE sutinka su KB kaip 2 su 1, kraštinėje BC – L taip, kad BL sutiktų su LC kaip 1:3, kraštinėje CD – M taip, kad CM būtų lygi MD, kraštinėje AD – N taip, kad DN sutiktų su NA kaip 1 su 5. Raskite šešiakampio AKLCMN plotą.
337. Kiekvienoje trikampio pusiauokraštinėje pažymėtas taškas, kuris ją dalija santykiu 1:3, skaičiuojant nuo viršūnės. Kiek kartų trikampio, kurio viršūnės yra šiuose taškuose, plotas mažesnis už duotojo trikampio plotą?
338. Trikampio ABC kraštinėse AB, BC, CA pasirinkti taškai K, L, M, taip, kad AK būtų lygi $2KB$, $2BL = 3LC$, $3CM = 4MA$. Trikampio ABC plotas lygus 1. Raskite trikampių AKM, BKL, CLM, KLM plotus.
339. *Trikampio ABC plotas lygus 1. Pusiauokraštinėse AK, BL, CN atidėti taškai P, Q, R taip, kad $\frac{AK}{PK}$ būtų lygus 1, $\frac{BQ}{QL}$ būtų lygus $\frac{1}{2}$, $\frac{CR}{RN}$ būtų lygus $\frac{5}{4}$. Raskite trikampio PQR plotą.
340. Trikampio ABC kraštinės AB, BC ir CA taškais M, N, P padalytos taip, kad santykis tarp AM ir MB; BN ir NC; CP ir PA būtų vienodas. Raskite šį santykį, jeigu trikampio MNP plotas lygus 0,28 trikampio ABC ploto.
341. Atkarpos, jungiančios smailiojo trikampio aukštinių pagrindų taškus, lygios 8, 15 ir 17. Raskite trikampio plotą.

342. *Trikampyje ABC nubrėžtos aukštinės CC_1 ir AA_1 . Raskite trikampio BC_1A_1 plotą, jeigu trikampio kraštinės AB, BC, AC atitinkamai lygios 13, 14, 15.
343. Trikampio kraštinėse BC, CA, AB pasirinkti taškai A_1 , B_1 ir C_1 . Tiesės AA_1 , BB_1 ir CC_1 susikerta taške P. Įrodykite, kad trikampių ABP ir ACP plotai sutinka kaip A_1B su A_1C .
344. *Trikampio ABC kraštinėje AB pasirinktas taškas D, ir nubrėžtos 2 atkarpos: DE, lygiagrečiai AC, ir DF, lygiagrečiai BC. Raskite trikampio CEF plotą, jeigu trikampio ADE plotas lygus 9, o trikampio BDE plotas lygus 16.
345. Pusiaukraštinė, nubrėžta į stačiojo trikampio įžambinę, lygi m ir dalija statų kampą santykiu 1:2. Raskite trikampio kraštines.
346. Trikampio kraštinės lygios 3, 4, 5. Raskite plotus trikampių, į kuriuos duotąjį trikampį dalija aukštinė ir pusiauakraštinė, nubrėžtos į ilgiausiąją kraštinę.
347. *Per trikampio viršūnę nubrėžta tiesė, dalijanti trikampio pusiauakraštinę santykiu 3:1, skaičiuojant nuo viršūnės. Kokiu santykiu ji dalija trikampio plotą?
348. *Trikampio ABC plotas S. Pusiaukraštinėje BD pažymėtas taškas E taip, kad DE lygi $\frac{1}{4}BD$. Per tašką E nubrėžta tiesė AE, kertanti kraštinę BC taške F. Raskite trikampio AFC plotą.
349. Trikampio ABC plotas lygus 120. Pusiaukraštinėje BD pažymėtas taškas E taip, kad DE lygi $\frac{1}{4}BD$. Tiesė AE kerta kraštinę BC taške F. Raskite trikampio AFC plotą.
350. *Lygiašonio trikampio ABC ($AB=BC$) kraštinėje BC pažymėtas taškas D taip, kad BD sutiktų su DC kaip 1 su 4. Kokiu santykiu tiesė AD dalija trikampio ABC aukštinę BE, skaičiuojant nuo viršūnės B?
351. Iš lygių lygiašonio trikampio kampų C ir B nubrėžtos tiesės. Jos eina per į pagrindą nubrėžtos aukštinės vidurio tašką ir kerta šonines kraštines AC bei AB taškuose D ir E. Raskite keturkampio AEOD plotą, jeigu trikampio ABC plotas lygus S.

VII. Uždaviniai su trapecijomis

352. Trapecijos plotas lygus 594, aukštinė lygi 22, o pagrindų skirtumas lygus 6. Raskite pagrindus.
353. Lygiašonės trapecijos šoninė kraštinė lygi 41, pagrindų skirtumas lygus 18. Raskite trapecijos perimetrą, jeigu plotas lygus 840.
354. Lygiašonės trapecijos pagrindų santykis lygus 3:7, aukštinė lygi 24, o šoninė kraštinė lygi 26. Raskite trapecijos plotą.
355. Lygiašonės trapecijos pagrindų santykis lygus 3:11, perimetras lygus 48, o aukštinė lygi trumpesniajam trapecijos pagrindui. Raskite trapecijos plotą.
356. Lygiašonės trapecijos pagrindai lygūs 12 ir 18, kampo prie ilgesniojo pagrindo kotangentas lygus $\frac{3}{8}$. Raskite trapecijos plotą.
357. Lygiašonės trapecijos perimetras lygus 50, aukštinė – 2, o smailiojo kampo sinusas lygus 0,4. Raskite trapecijos plotą.

358. Lygiašonės trapecijos pagrindai lygūs 4 ir 8, plotas – 21. Ką kerta prie ilgesniojo pagrindo esančio kampo pusiaukampinė: trapecijos trumpesnįjį pagrindą ar šoninę kraštinę?
359. * Trapecijos pagrindai lygūs a ir b . Raskite atkarpos, jungiančios įstrižainių vidurio taškus, ilgį.
360. Trapecijos ilgesnysis pagrindas lygus 24, atstumas tarp įstrižainių vidurio taškų lygus 4. Raskite trapecijos trumpesnįjį pagrindą.
361. Trapecijos ilgesnysis pagrindas lygus 16, atstumas tarp įstrižainių vidurio taškų lygus 6, o aukštinė lygi 8. Raskite trapecijos plotą.
362. Trapecijos trumpesnysis pagrindas lygus 6, atstumas tarp įstrižainių vidurio taškų lygus 9, o plotas lygus 120. Raskite trapecijos aukštinę.
363. Trapecijos trumpesnysis pagrindas lygus 6, atstumas tarp įstrižainių vidurio taškų lygus 6, o aukštinė lygi 8. Raskite trapecijos plotą.
364. * Trapecijos pagrindai lygūs a ir b . Raskite atkarpos, lygiagrečios trapecijos pagrindams ir nubrėžtos per įstrižainių susikirtimo tašką, ilgį.
365. *Per trapecijos ABCD trumpesniojo pagrindo viršūnę C nubrėžta atkarpa, lygiagreti trapecijos įstrižainei AC ir kertanti tiesę AD taške F. Įrodykite, kad:
- trikampių ABC ir CDF plotai lygūs;
 - trapecijos ABCD plotas lygus trikampio ACF plotui;
 - trapecijos vidurio linija MN lygi trikampio ACF vidurio linijai EL;
 - kampas tarp įstrižainių, esantis prieš didesnįjį pagrindą, lygus kampui ACF.
366. Lygiašonės trapecijos įstrižainė lygi 39, šoninė kraštinė lygi 17, o didesnysis pagrindas lygus 44. Raskite aukštinę.
367. *Duotos trapecijos įstrižainės d_1 bei d_2 ir pagrindai a ir b . Raskite trapecijos plotą.
368. Trapecijos įstrižainės lygios 7 ir 8, o pagrindai lygūs 3 ir 6. Raskite trapecijos plotą.
369. Trapecijos pagrindai ir įstrižainės lygios 142, 89, 120, 153. Raskite trapecijos plotą.
370. Trapecijos pagrindai lygūs 24 ir 8, o įstrižainės lygios 13 ir $5\sqrt{17}$. Raskite trapecijos plotą.
371. Trapecijos įstrižainės lygios q_1 ir q_2 . Atkarpa, jungianti šoninių kraštinių vidurio taškus, lygi m . Raskite trapecijos plotą.
372. * Trapecijos įstrižainės d_1 ir d_2 , kampas tarp jų α . Raskite trapecijos plotą.
373. *Lygiašonės trapecijos aukštinė h , kampas tarp įstrižainių esantis prieš pagrindą, lygus α . Raskite trapecijos vidurio liniją.
374. *Įrodykite, kad lygiašonė trapecija, kurios įstrižainės tarpusavyje statmenos, pasižymi savybėmis:
- trapecijos vidurio linija c lygi trapecijos aukštinei h ;
 - trapecijos plotas S lygus c^2 ir lygus h^2 .
375. Lygiašonės trapecijos įstrižainės tarpusavyje statmenos. Raskite:
- trapecijos plotą, jeigu aukštinė lygi 6;
 - trapecijos plotą, jeigu aukštinė lygi 5;
 - trapecijos aukštinę, jeigu plotas lygus 64;
 - trapecijos plotą, jeigu vidurio linija lygi 16;
 - trapecijos plotą, jeigu atkarpa, jungianti šoninių kraštinių vidurio taškus, lygi 10;
 - trapecijos vidurio liniją, jeigu plotas lygus 25;
 - trapecijos plotą, jei atkarpa, jungianti nelygiagrečių kraštinių vidurio taškus, lygi 24;
 - trapecijos plotą, jeigu trapecijos pagrindai lygūs 40 ir 24.
376. Trapecijos įstrižainės statmenos viena kitai ir lygios 5 bei 12. Raskite trapecijos vidurio liniją ir plotą.
377. Trapecijos įstrižainės statmenos viena kitai. Vienos jų ilgis – 8, o vidurio linija lygi 5. Raskite kitą įstrižainę ir plotą.
378. Stačiosios trapecijos įstrižainės tarpusavyje statmenos, o didesniąją jų susikirtimo taškas dalija į 35 ir 64 ilgio atkarpas. Raskite trapecijos pagrindus.

379. Trapecijos ABCD šoninė kraštinė AB lygi 3, CD lygi 4, įstrižainė BD lygi 5,1. Aukštinė, nubrėžta iš viršūnės B, dalija trapecijos pagrindą santykiu 2:5. Raskite trapecijos mažesnįjį pagrindą.
380. Trapecijos ABCD įstrižainė BD 10 didesnė už šoninę kraštinę AB. Šoninė kraštinė CD lygi 26. Aukštinė iš viršūnės B dalija didesnįjį pagrindą į 18 ir 32 ilgio atkarpas. Raskite mažesnįjį pagrindą.
381. Statmuo, nubrėžtasis lygiašonės trapecijos smailiojo kampo viršūnės į šoninę kraštinę lygus 16. Mažesnis trapecijos pagrindas lygus 2, aukštinė – 12. Raskite didesnįjį pagrindą.
382. Trapecijos įstrižainės statmenos viena kitai, aukštinė lygi 4, o viena įstrižainė lygi 5. Raskite trapecijos plotą.
383. Lygiašonės trapecijos pagrindai ir plotas atitinkamai lygūs 8, 14, 44. Raskite šonines kraštines.
384. *Lygiašonės trapecijos pagrindai lygūs a ir b, šoninė kraštinė lygi c, o įstrižainė lygi d. Įrodykite : $d^2 = ab + c^2$.
385. *Lygiašonės trapecijos įstrižainė lygi 16 ir su pagrindu sudaro 45° kampą. Raskite trapecijos plotą.
386. Stačiosios trapecijos pagrindai lygūs 16 ir 25, trumpesnė įstrižainė statmena šoninei kraštinei. Raskite šią įstrižainę.
387. Lygiašonės trapecijos mažesnis pagrindas lygus 7, įstrižainė lygi 20 ir statmena šoninei kraštinei. Raskite trapecijos plotą.
388. *Lygiašonės trapecijos įstrižainė statmena šoninei kraštinei, pagrindų kvadratų skirtumas lygus a^2 . Raskite trapecijos aukštinę.
389. Lygiašonės trapecijos šoninė kraštinė ir mažesnis pagrindas lygūs 2. Įstrižainė statmena šoninei kraštinei. Raskite trapecijos vidurio liniją.
390. Lygiašonės trapecijos pagrindai lygūs 10 ir 26. Įstrižainės statmenos šoninėms kraštinėms. Raskite trapecijos plotą.
391. Stačiosios trapecijos vidurio linija lygi 12, plotas lygus 96. Raskite perimetrą, jeigu pagrindų skirtumas lygus 6.
392. Stačiosios trapecijos aukštinė lygi 8, plotas lygus 96, o pagrindų skirtumas lygus 6. Raskite trapecijos perimetrą.
393. Stačiosios trapecijos didesnis pagrindas lygus 15, didesnioji šoninė kraštinė lygi 10, o smailiojo kampo kosinusas lygus 0,8. Raskite trapecijos plotą.
394. *Stačiosios trapecijos įstrižainės tarpusavyje statmenos, o pagrindų santykis lygus k. Raskite įstrižainių santykį.
395. Stačiosios trapecijos aukštinė lygi 2, šoninė kraštinė lygi 4, įstrižainė lygi šoninei kraštinei. Raskite trapecijos vidurio liniją.
396. Stačiosios trapecijos smailusis kampas lygus 60° , trumpesnis pagrindas lygus a, o ilgesnioji šoninė kraštinė lygi b. Raskite trapecijos plotą.
397. *Trapecijos kraštinės lygios a, b, c, d. Raskite aukštinę h.
398. Trapecijos pagrindai lygūs 25 ir 11, šoninės kraštinės – 13 ir 15. Raskite trapecijos aukštinę.
399. Trapecijos pagrindai lygūs 16 ir 44, šoninės kraštinės – 17 ir 25. Raskite trapecijos plotą.
400. Vienas trapecijos kampas prie didesniojo pagrindo lygus 30° . Šoninių kraštinių tęsiniai susikerta stačiu kampu. Raskite trapecijos mažesniąją šoninę kraštinę, jeigu trapecijos vidurio linija lygi 10, o vienas iš pagrindų lygus 8.
401. Raskite trapecijos aukštinę, jeigu jos pagrindai lygūs 6 ir 11, viena šoninė kraštinė lygi 4, o kampų prie didesniojo pagrindo suma lygi 90° .
402. *Trapecijos kampų prie didesniojo pagrindo suma lygi 90° . Vidurinė linija lygi m. Atkarpa, jungianti pagrindų vidurio taškus, lygi a. Raskite pagrindus.
403. Trapecijos kampai prie mažesniojo pagrindo lygūs 170° ir 100° , o vidurio linija lygi 10. Raskite trapecijos pagrindus.
404. Trapecijos kampai prie didesniojo pagrindo lygūs 20° ir 70° , o atkarpa, jungianti pagrindų vidurio taškus, lygi 2. Raskite trapecijos didesnįjį pagrindą, jeigu vidurio linija lygi 4.

405. Trapecijos vidurio linija lygi 4, kampai prie didesniojo pagrindo lygūs 40° ir 50° . Raskite mažesnįjį pagrindą, jeigu atkarpa, jungianti pagrindų vidurio taškus, lygi 1.
406. Lygiašonės trapecijos įstrižainė dalija jos buką kampą pusiau. Trumpesnysis trapecijos pagrindas lygus 3, perimetras lygus 42. Raskite trapecijos plotą.
407. *Trapecijos įstrižainė dalija vidurio liniją santykiu 8:3, o viršutinio ir apatinio pagrindų ilgių skirtumas lygus 20. Raskite trapecijos vidurio liniją.
408. *Trapecijos ABCD pagrindų AD ir BC suma lygi b, įstrižainė AC lygi a, kampas ACB lygus α . Raskite trapecijos plotą.
409. Lygiašonės trapecijos ABCD pagrindas AD lygus 17, BC lygus 5, o šoninė kraštinė lygi 10. Per viršūnę B nubrėžta tiesė, dalijanti pusiau įstrižainę AC. Pagrindą AD ji kerta taške M. Raskite trikampio BDM plotą.
410. *Lygiašonės trapecijos įstrižainių susikirtimo taškas dalija įstrižaines santykiu 1:2. Raskite trapecijos plotą, jeigu šoninė kraštinė lygi 5, o aukštinė lygi 3.
411. Trapecijos pagrindai lygūs a ir b. Raskite ilgį atkarpos, lygiagrečios pagrindams ir dalijančios trapeciją į lygiaplotes dalis.
412. Lygiašonės trapecijos pagrindai lygūs 20 ir 30, plotas lygus 400. Koks atstumas tarp mažesniojo pagrindo ir atkarpos, lygiagrečios trapecijos pagrindams bei dalijančios trapecijos plotą į dvi dalis santykiu 2:37.
413. Trapecijos ABCD pagrindas AD yra 12, o BC lygus 8. Spindulyje BC pažymėtas taškas M taip, kad AM dalija trapeciją į dvi lygiaplotes dalis. Raskite CM.
414. Lygiašonės trapecijos aukštinė lygi 8, o įstrižainė dalija plotą santykiu 7:13. Raskite trapecijos perimetrą, jeigu šoninė kraštinė lygi 17.
415. *Lygiašonės trapecijos šoninė kraštinė lygi 10, o įstrižainė dalija plotą santykiu 3:7. Raskite trapecijos aukštinę, jei įstrižainė lygi 17.
416. Lygiašonės trapecijos šoninė kraštinė lygi 26, o įstrižainė dalija plotą santykiu 2:7. Raskite trapecijos plotą, jeigu įstrižainė lygi 30.
417. Lygiašonės trapecijos šoninė kraštinė lygi 30. Vidurio linija lygi 45. Įstrižainė dalija trapecijos plotą santykiu 3:7. Raskite trapecijos plotą.
418. *Paeiliui sujungę trapecijos kraštinių vidurio taškus, gauname lygiagretainį, kurio plotas lygus 5. Raskite trapecijos plotą.
419. Paeiliui sujungę trapecijos kraštinių vidurio taškus, gauname kvadratą, kurio kraštinė lygi 5. Raskite trapecijos plotą.

Atsakymai

1. a) 12; b) $8\sqrt{2}$; c) 4; d) 12,5. 4. $\sqrt{\frac{3S}{\pi}}$. 5. $\frac{2}{3}\sqrt{S\sqrt{3}}$. 6. $\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$. 7. 60° arba 120° . 8. 4;8; $4\sqrt{3}$. 9. $\frac{b \sin \alpha}{\sin \frac{3}{2}\alpha}$.
2. 10. $\frac{5}{6}\sqrt{3}$. 11. 10. 12. 105° . 13. $4\sqrt{3}$. 14. 2. 15. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. 16. $2\sqrt{21-\sqrt{3}}$. 18. 39.
19. $5\sqrt{2}$. 20. 13. 21. 15. 22. 20. 23. 12. 24. 14. 25. 39; 40. 26. 25; 39; 56; 420. 27. 72. 28. $\frac{4S \sin^3 \alpha \cos \alpha}{\pi}$. 29. $\sqrt{7}$. 30. 630. 31. $\frac{1}{2}(191-3\sqrt{191})$. 32. $\frac{45}{4}$. 33. 8. 34. $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{46}{15}}$. 35. 5.
36. $\frac{4\alpha \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta) \cos \frac{\beta - \alpha}{2}}$; $\frac{a \sin \alpha}{\sin(\alpha + \frac{\beta}{2})}$; $\frac{a \sin \beta}{\sin(\beta + \frac{\alpha}{2})}$. 37. $\frac{(a^2 - c^2) \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)}$. 38. status.
39. $R \sin 2ctg \frac{\alpha}{2}$. 40. $\frac{2 \sin \alpha \sin \gamma}{\sqrt{2 \sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \gamma - \sin^2 \beta}}$. 41. a)7; b) 7 arba 13; c) 13; d) 31; e) 7; f) 13; g) 7;. 42. a) 60° ; b) 120° . 43. a) 120° ; b) 120° . 44. a) smailus; b) status; c) bukas. 45. a) 3; 8;
- b) 5; 21; c)7; 8; d) 20; 32. 46. 3. 48. 7; 8. 49. 5; 12. 50. 3; 10. 51. 1; 2. 52. $\sqrt{b^2 + c^2 \pm \frac{6}{5}bc}$. 53. 7. 54. 0,8. 55. 2,75. 56. $3 + \sqrt{22}$. 57. 10. 58. $\sqrt{52}$. 59. $\sqrt{137}$. 60. 4. 61. 208π . 62. 27. 63. 20.
64. 8; 15. 65. $3\sqrt{10}$. 66. 14; 16. 67. $\frac{1}{6}\sqrt{\frac{7}{2}}$. 69. $8\sqrt{\frac{2}{15}}$. 70. 7. 71. 13. 72. 22,5. 73. 40. 74. 24; 40; 15. 75. $\sqrt{13}; 2\sqrt{13}; 3\sqrt{5}$. 76. $c^2 = a^2 + b^2 - \frac{2ab^2}{a+b}$. 78. $\sqrt{7}$. 79. 35. 80. 4; $\sqrt{97 + 48\sqrt{3}} \pm 1$.
81. 42; 49. 82. 39; 49.
83. 2. 84. 5. 86. 18. 87. 9. 88. 16. 89. 4 arba 6. 90. $\frac{2mn}{m+2n}; \frac{n(m+n)}{m+2n}$. 91. 1078. 92. 5. 94. a) 12; b) 120. 95. 5. 96. 25π . 97. $\frac{2r^2}{h^2 - 2r}$. 98. 2. 99. $2\sqrt{\frac{3S}{\pi}}$. 100. $\frac{\sqrt{S\sqrt{3}}}{3}$. 102. 16. 103. 17. 104. 2. 105. 6; 8. 106. 9; 40. 107. 25π . 108. $3\sqrt{2}$. 109. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 110. $r(r+a)$. 111. m-c. 112. $\sqrt{5}$. 113. 1700. 114. 19,2. 115. 14; 15. 116. $\frac{11}{96}\pi a^2$. 117. 3; 4; 5. 118. 18; 24; 30. 119. $\frac{29}{4}$.
120. $\sqrt{5}$. 121. 6; 8; 10. 122. 7; 24; 25. 123. 0,8. 124. $r + m - \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 4(rm + r^2)}}{2}; \frac{m}{2}$.
125. $4\sqrt{3} + 6; 6\sqrt{3} + 12$. 126. $12\sqrt{3}$; 36. 127. 3; 4. 128. $\sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}$. 129. $\frac{4}{\pi} 2\sqrt{8 \pm 2\sqrt{16 - \pi}}$.
130. 8,5. 131. 12. 132. 25. 133. $\frac{S\sqrt{3}}{2\pi}$. 134. 4. 135. 8; 9. 136. 2a. 137. πa^2 . 138. 5; 6.

139. $\frac{8}{3}; \frac{25}{3}; 5$. 140. 65. 141. $3 + \sqrt{3}$. 143. $72^\circ; 24^\circ; 84^\circ$. 144. 4. 145. 2Ra. 146. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. 147. $\frac{8Q}{\pi}$
148. $\frac{8r^2\sqrt{3}}{3}$. 149. 30° . 150. 4. 151. 120. 152. $\sqrt{\frac{2S}{\pi}}$. 153. $\frac{8S}{5\pi}$. 154. $\frac{\pi a\sqrt{5}}{2}$. 155. 15; 20. 156. 9; $\frac{3\sqrt{3}R^2}{4}$; 5. 157. $\frac{4}{\sqrt{ab}}$. 158. Lygiašonė trapecija, kurios šoninė kraštinė lygi vidurio linijai. 159. 6.
160. 30. 161. $\frac{8r}{2}$. 162. 2; 32. 163. $\sin \alpha$. 164. 4; 5. 165. a) 4; 6; b) 8; 12; c) 9; 25; d) 18; 32.
166. 7. 167. 432. 168. 12; 16. 169. 13. 170. 72. 172. a) $\frac{18\sqrt{5}}{5}$; b) 3,6. 172. 2r, 4r, $\frac{10}{3}r$. 173. 72.
174. $4\sqrt{5}; 4\sqrt{5}; 8\sqrt{5}; 8\sqrt{5}$. 175. $5\sqrt{2}$. 176. 4. 177. 168. 178. 7; 21. 179. 15; 20. 180. 10, 12. 181. 7. 182. 84. 183. 3,5. 184. 3. 190. 37. 191. 4. 192. 10. 193. $2\sqrt{13}$. 194. 30° ir 60° . 195. 2m, m,
- $m\sqrt{3}$. 196. 2,16; 0,84; 3. 198. $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{5}}$. 199. $2\sqrt{5}$. 200. $3\sqrt{5}$. 201. $\frac{2}{3}mn$. 202. 8. 203. $\frac{1}{2}\sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}$. 204. $\frac{3}{4}$. 205. 13,5. 206. $\sqrt{10}$. 207. 6. 208. $\frac{12\sqrt{10}}{77}$; 32. 209. $\frac{\sqrt{15}}{2}$.
210. 270. 211. 15; 11. 213. 14; 28; 42. 214. 28. 215. 288. 216. $\frac{2}{3}\sqrt{2(m_b^2 + m_c^2) - m_a^2}$.
217. $\frac{1}{3}\sqrt{(m_a + m_b + m_c)(m_c + m_b - m_a)(m_c + m_a - m_b)(m_a + m_b - m_c)}$. 218. 8. 219. 16. 220. $\frac{3}{4}$
- . 221. $\frac{\sqrt{5} \sin 2\alpha}{3}$. 222. $\frac{1}{n}$. 223. $8 + 2\sqrt{7}$. 224. 8:1. 226. 45° . 229. 10; 14. 230. 28; 21.
231. $\frac{49}{81}$. 232. 15. 233. 54. 234. $\frac{ab\sqrt{2}}{a+b}$. 235. $\frac{ab}{a+b}$. 236. $\frac{2ab \cos \frac{\alpha}{2}}{a+b}$. 237. 10. 238. 120. 239. $\frac{mb}{b-m}$.
240. 4,8. 241. 6; 4; 6. 242. 5. 243. 10. 244. 7,5. 245. 20; 20; 16. 246. 16. 247. 3. 248. $\frac{(\sqrt{5} + 1)m}{2}$.
50. 249. 8. 250. 6. 251. $5 + \sqrt{5}; 5 + \sqrt{5}; 2\sqrt{5}$. 252. m; m; $\frac{2a(c+b)}{c-b}$. 253. 7; 5. 254. 10. 255. 1,8.
256. 10. 257. 39; 65. 258. 21; 28; 35. 259. $c-b$. 262. 9. 263. 21. 264. 30. 265. 2:1.
266. $2\frac{1}{7}; 2\frac{6}{7}$. 267. $8\sqrt{10}; 9\sqrt{5}$. 268. $30^\circ, 60^\circ$. 269. $72^\circ; 72^\circ, 36^\circ$. 270. $30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$.
271. 15; 10. 272. 21. 273. 216. 274. 54. 275. 24. 277. $\frac{\sqrt{ab(a+b+c)(a+b-c)}}{a+b}$. 278. 10. 279. $\sqrt{b(b+c)}$.
280. 2,25. 281. 1,5. 283. $\frac{11}{3}$. 284. $4\frac{8}{21}, 5\frac{20}{21}$. 285. 4; 6; 8. 286. 9. 287. 35. 288. 20; $\frac{2bc \cos \alpha}{b+c}$.
51. 289. 13; 14; 15. 290. 21; 24; 35. 291. 2,4. 292. $b+c$. 293. 235,2.

294. $\frac{l(a+b)\sqrt{4a^2b^2-l^2(a+b)^2}}{4ab}$. 295. $2\frac{1}{7}; 2\frac{6}{7}$. 296. $\frac{2S}{b}, \frac{2S}{c}, \frac{2S}{a}$, kai
 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. 297. 4. 299. 150. 302. $h^2\sqrt{3}$. 303. 27. 304. 75. 305. 3. 306. $\sqrt{3}$.
 307. $\frac{2}{h_a A}, \frac{2}{h_b A}, \frac{2}{h_c A}$, čia $A = \sqrt{\left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}\right)\left(\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} - \frac{1}{h_a}\right)\left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_c} - \frac{1}{h_b}\right)\left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} - \frac{1}{h_c}\right)}$.
 309. $\sqrt{2(Q+q)}\sqrt{\frac{Q}{q}}$.
 310. 16; 36. 317. 30; 20. 318. 68. 319. $(\sqrt{6}+2):1$. 320. 25. 322. 20. 322. 12; 18 ir 8; 12. 323.
 73,5. 324. 25. 325. 150. 326. $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3})^2$. 327. $\sqrt{S_1 S_2}$.
 328. $\arctg \sqrt{6}, \arctg \sqrt{6}, \pi - 2\arctg \sqrt{6}$. 329. $10\sqrt{3}$. 332. 30. 335. $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$. 336. $\frac{11}{12}$. 337. 2,56.
 338. $\frac{2}{7}, \frac{1}{5}, \frac{8}{35}, \frac{2}{7}$. 339. $\frac{1}{12}$. 340. $\frac{3}{2}$ arba $\frac{2}{3}$. 341. 340. 342. $12\frac{72}{169}$. 344. 12. 345. p^2 . 346
 $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$. 347. $\frac{3}{2}$. 348. $\frac{2}{5}S$. 349. 48. 350. $\frac{1}{2}$. 351. $\frac{1}{6}S$. 352. 24; 30. 353. 124. 354. 600.
 355. 84. 356. 120. 357. 40. 358. šoninę kraštinę. 359. $\frac{b-a}{2}$. 360. 16. 361. 80. 362. 8. 363. 96.
 364. $\frac{2ab}{a+b}$. 366. 15. 367. $\sqrt{p(p-a-b)(p-d_1)(p-d_2)}$, čia $p = \frac{1}{2}(d_1 + d_2 + b + a)$. 368.
 $12\sqrt{5}$. 369. 8316. 370. 80. 371. $\sqrt{p(p-q_1)(p-q_2)(p-2m)}$, čia $p = \frac{1}{2}(q_1 + q_2 + 2m)$. 372.
 $\frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$. 373. $htg \frac{\alpha}{2}$. 375. a) 36; b) 25; c) 8; d) 256; e) 100; f) 5; g) 576; h) 1024. 376. 6,5;
 30. 377. 6; 24. 378. 45; 80. 379. 1,3. 380. 22. 381. 20. 382. $16\frac{2}{3}$. 383. 5. 385. 128. 386. 20.
 387. 192. 388. $\frac{a}{2}$. 389. 3. 390. 216. 391. 42. 392. 42. 393. 66. 394. \sqrt{k} . 395. $3\sqrt{3}$. 396.
 $\frac{(4a+b)b\sqrt{3}}{8}$. 397. $\frac{2}{d-b}\sqrt{p(p-a)(p-c)(p-d+b)}$, čia $p = \frac{1}{2}(a+c+d-b)$. 398. 12. 399.
 450. 400. 2. 401. 2,4. 402. $m+a; m-a$. 403. 5. 404. 6. 405. 3. 406. 96. 407. 22. 408. $\frac{ab}{2}\sin \alpha$.
 409. 48. 410. 36. 411. $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$. 412. ≈ 7 . 413. 2,4. 414. 134. 415. 8. 416. 432. 417. 1080.
 418. 10. 419. 50.