LIETUVOS MATEMATIKOS MOKYTOJŲ ASOCIACIJA

RIČARDAS RAZMAS

PROCENTAI

(Darbo patirtis)

Vilnius, 1994

Autorius – Ričardas Razmas, Vilniaus tiksliųjų, gamtos ir technikos mokslų licėjaus mokytojas ekspertas.
Recenzentai – Antanas Apynis, VU docentas,
Onutė Jablonskienė, Vilniaus 7 – osios vidurinės mokyklos mokytoja ekspertė.

Suskaitmenino - Rūta Biekšienė, Alytaus „Volungės“ pagrindinės mokyklos matematikos mokytoja ekspertė,
Dalė Mališauskienė, Vilniaus Emilijos Pliaterytės progimnazijos matematikos mokytoja metodininkė.

TURINYS

PRATARMĖ

Leidinėlis skiriamas besiruošiantiems matematikos brandos egzamino rašomajam darbui, o taip pat stojantiems į aukštąsias mokyklas.

Rinkinyje yra visai paprastų ir sunkiau sprendžiamų uždavinių. Daug vietos skiriama procentinio santykio, skysčių mišinių, metalų lydinių bei grybų, vaistažolių drėgnumo procento apskaičiavimo uždaviniams. Pateikta ir sudėtinių procentų formulė, kurios nėra vidurinės mokyklos vadovėliuose. Nurodyti ir uždavinių atsakymai, o rinkinio gale yra sudėtingesnių uždavinių sprendimai. Uždaviniai surinkti iš stojamųjų egzaminų į aukštąsias mokyklas rinkinių ir praktinės patirties.

Autorius

Lietuvos matematikos mokytojų asociacijos 1994 m. išleistas leidinys R. Razmos „Procentai“ aktualus ir šiandien. Norėdami, kad jis būtų pasiekiamas plačiajai visuomenei jį talpiname internetinėje erdvėje. Knyga išleista Nepriklausomoje Lietuvoje kai valstybėje cirkuliavo piniginiai vienetai- „Litai“. Šiandien mes Lietuvoje kaip ir daugelyje Europos šalių atsiskaitome eurais. Nebeturime nacionalinės valiutos (vienas litas lygus vienam šimtui centų). Bet palikim ateities kartoms kelis uždavinius apie to laikmečio Lietuvos ekonominę padėtį: kainas, bankų palūkanas ir kt. Juk tai istorija.

Šiandien reikalaujama rašyti 1▯ atitinka $\frac{1}{100}$ arba 1▯ tai yra $\frac{1}{100}$ arba 1▯— $\frac{1}{100}$ kokio nors dydžio ar daikto dalis. Užrašas 1▯= $\frac{1}{100}$ jau nenaudojamas. Simbolį „=“ keičiame žodžiais „atitinka“ arba „tai yra“.

1. Procentai

Trupmenos, kurių vardiklis lygus 100, praktikoje plačiai pritaikomos. Natūralu, kad dažnai naudojamos šimtosios dalys gavo atskirą pavadinimą – „procentai“ (iš lotynų kl. žodžių „pro centum“ – nuo šimto) ir atskirą ženklą – %. Taigi procentai ne kas kita kaip šimtosios dalys, tik savaip užrašytos: 23% yra tas pats kaip 0,23 arba $\frac{23}{100}$.

Šimtoji skaičiaus dalis vadinama jo procentu. Norint procentus išreikšti trupmena, reikia procentų skaičių padalyti iš 100. Pavyzdžiui,

10% atitinka 0,10=$\frac{1}{10}$; 50% atitinka 0,50=$\frac{1}{2}$;

20% atitinka 0,20=$\frac{1}{5}$; 75% atitinka 0,75=$\frac{3}{4}$;

25% atitinka 0,25=$\frac{1}{4}$; 100% atitinka 1.

Paprasčiausi procentų uždaviniai yra trijų tipų: 1) duotojo skaičiaus procento radimas; 2) skaičiaus radimas iš jo procentų; 3) dviejų skaičių procentinio santykio radimas. Procentą mokiniai turi suprasti kaip šimtąją skaičiaus dalį, o duotojo skaičiaus procento radimas yra skaičiaus dalies radimas. Skaičiaus iš jo procentų radimas yra nežinomojo skaičiaus radimas iš jo dalies. Kiekvienas šių uždavinių yra sprendžiamas vienu veiksmu. Pirmasis – dauginant iš trupmenos, antrasis – dalijant iš trupmenos.

Naudinga nurodyti, kad kiekvienas šių uždavinių gali būti išspręstas ir dviem veiksmais. Tik abiejų būdų palyginimas įtikina mokinius, jog pirmasis būdas yra geresnis, nes uždavinį galima išspręsti vienu veiksmu. Pavyzdžiui, reikia rasti 40% skaičiaus 35. Iš pradžių uždavinys sprendžiamas dviem veiksmais: surandamas duotojo skaičiaus 1%, t.y. viena šimtoji jo dalis, dalijant 35 iš 100. Gaunama 0,35. Po to surandama 40%: 0,35·40=14. Antrasis būdas reikalauja tik vieno veiksmo: 35·0,40=14.

Analogiškai sprendžiamas ir antrojo tipo uždavinys. Pavyzdžiui, norėdami rasti skaičių, kurio 15% lygu 27, randame 1% dalydami 27 iš 15. Gauname 1,8. Dabar randame visą skaičių, turintį 100%: 1,8 · 100 = 180. Antrasis būdas – vienas veiksmas: 27: 0,15 = 180.

Trečiojo tipo procentų uždavinys – dviejų skaičių procentinio santykio radimas nesudaro sunkumų, jei moksleiviai išmoksta surasti, kurią skaičiaus a dalį sudaro antrasis skaičius b. Spręsdami b dalijame iš a. Tarkime, reikia surasti, kiek procentų skaičiaus 72 sudaro skaičius 18. Mokiniai nesunkiai suvokia, kad 18 (18:72) sudaro 0,25 dalį, t.y. 25%.

Būtina nurodyti, kad vienas ir tas pats uždavinys gali būti sprendžiamas įvairiais būdais. Pavyzdžiui, išspręsime tokį uždavinį:

Mokykloje 35% visų mokinių – berniukai. Mergaičių yra 252 daugiau, negu berniukų. Kiek mokykloje mokinių?

Sprendimas. Pirmasis būdas. Tarkime, kad mokykloje yra x mokinių.

Tada 0,35x – berniukų skaičius, 0,65x – mergaičių skaičius, todėl

$0{,}65x - 0{,}35x = 252;$

$x = 840.$

Antrasis būdas. Mergaitės sudaro 100% - 35% = 65% visų mokinių skaičiaus. Mergaičių daugiau negu berniukų 65% - 35% = 30%, tai yra 252 mokiniai.

Todėl 252:0,3 = 840 (mok).

Kai kas mano, kad visų trijų tipų paprasčiausieji uždaviniai gali būti sprendžiami vienodai – naudojantis proporcija.

Tarkime, kad skaičius *N* yra 100%, o jo p% yra skaičius *A*.

$$\left.\begin{array}{l} 100\% \to N \\ p\% \to A \end{array}\right| \begin{array}{l} 1\% \text{ atitinka } N:100 \\ 1\% \text{ atitinka } A:p \end{array}\Bigg| \quad N:100 = A:p; \quad Np = 100A.$$

Toliau, priklausomai nuo uždavinio sąlygos, surandame *A, N* arba *p.*

Šiuo būdu išspręskime tokį uždavinį: kiek procentų skaičiaus 28 sudaro skaičius 7?

$$\left.\begin{array}{l} 100\% \to 28 \\ x\% \to 7 \end{array}\right| \quad 28:100 = 7:x; \quad 28x = 7 \cdot 100; \quad x = \frac{7 \cdot 100}{28} = 25.$$

Vargu ar šitokį sprendimą galima vadinti racionaliu, kadangi mokiniui, suvokiančiam, kad čia pakanka rasti skaičių 7 ir 28 procentinį santykį, belieka užrašyti: 7:28=0,25=25%.

Vadinasi proporcijos būdas neracionalus, be to, jį galima pritaikyti tik tada, jei dydžiai yra tiesiog proporcingi. Kai dydžiai yra atvirkščiai proporcingi, moksleiviai, rašydami proporciją, dažnai klysta. O kai dydžiai neproporcingi, proporcijos metodas netinka.

2. Duotojo skaičiaus procento radimas

Duotojo skaičiaus procento radimas yra skaičiaus dalies radimas. Spręsdami procentus išreiškiame trupmena (galima mintinai), po to duotąjį skaičių dauginame iš gautos trupmenos. Pavyzdžiui, rasime 25% skaičiaus 120:

25% atitinka $0{,}25=\frac{1}{4}$; $120\cdot\frac{1}{4}=30$.

<u>Uždaviniai</u>

1. Parduotuvėje buvo 240 kg miltų. Pirmąją dieną parduota 25%visų miltų, antrąją – 20% likučio. Kiek kilogramų miltų liko neparduota po dviejų dienų?

Ats.:144 kg.

2. Pradžios mokykloje mokosi 96 moksleiviai. Antroje klasėje mokosi $16\frac{2}{3}$ % visų moksleivių, o trečiosios klasės moksleivių skaičius sudaro 125% antrosios klasės moksleivių skaičiaus. Kiek mokinių yra antroje ir trečioje klasėse kartu?

Ats.: 36.

3. Dviratininkas per keturias dienas nuvažiavo 360 km. Pirmąją dieną nuvažiavo 30% viso kelio, antrąją – 25% per pirmąją dieną nuvažiuoto kelio, o trečiąją dieną $33\frac{1}{3}$% po dviejų dienų likusio kelio. Kiek kilometrų dviratininkas nuvažiavo ketvirtąją dieną?

Ats.: 150 km .

4. Knygyne yra 4800 knygų lietuvių, vokiečių ir anglų kalbomis. Angliškų knygų skaičius sudaro 40% visų knygų skaičiaus, o vokiškų knygų skaičius sudaro 25% angliškų knygų skaičiaus. Kiek knygyne yra lietuviškų knygų?

Ats.: 2400.

5. Parduotuvė per 3 dienas pardavė 240 kg cukraus. Pirmąją dieną parduota 25% viso cukraus, antrąją – 20% daugiau negu pirmąją dieną, o trečiąją dieną – likusį cukrų. Kiek kilogramų cukraus parduota trečiąją dieną?

Ats.: 108 kg.

6. Trikampio perimetras lygus 60 cm. Pirmosios kraštinės ilgis lygus 25% perimetro, o antroji $33\frac{1}{3}$% ilgesnė už pirmąją. Raskite trečiosios kraštinės ilgį.

Ats.: 25 cm.

7. Traktorininkas per 4 dienas suarė 36 ha lauką. Pirmąją dieną suarta 25% viso lauko, antrąją – $66\frac{2}{3}$% per pirmąją dieną suarto kiekio, o trečiąją dieną 80% per pirmąsias dvi dienas suarto kiekio. Kiek hektarų suarta ketvirtąją dieną?

Ats.: 9 ha.

8. Trąšoms surinkta 4,5 t pušies, 5 t beržo ir 1,4 t šiaudų pelenų. Kiek hektarų žemės galima patręšti šiais pelenais, jei žinoma, kad pušies pelenai turi 12%, beržo 8,6% ir šiaudų pelenai 15% kalio ir jei 1 ha patręšti reikia 0,5 cnt kalio?

Ats.: 23,6 ha.

9. Kepant žalią mėsą, ji netenka 20% savo svorio. Kiek reikia žalios mėsos, norint iškepti 200 porcijų kotletų po 100 g kiekvienai porcijai?

Ats.: 25 kg.

10. Iš grūdų gaunama 90% miltų. Kepant duoną gaunamas 20% priekepis. Kiek reikia grūdų, norint gauti 108 kg duonos?

Ats.: 100 kg.

11. Turistas nuvažiavo kelią tarp dviejų miestų per 2 dienas. Pirmąją dieną jis nuvažiavo 50% viso kelio ir dar 24 km, o antrąją dieną jam liko nuvažiuoti 3 kartus mažiau negu pirmąją dieną. Raskite atstumą tarp miestų.

Ats.: 96 km.

12. Nuėjus 30% viso kelio, turistui iki pusiaukelės dar liko 4,5 km. Raskite viso kelio ilgį.

Ats.: 22,5 km.

13. Pjovėjų brigada pirmąją dieną nušienavo 50% pievos ir dar 2 ha, o antrąją dieną 25% likusios dalies ir paskutiniuosius 6 ha. Raskite pievos plotą.

Ats.: 20 ha.

14. Automobilis pirmąją dieną sunaudojo 25% bake buvusio benzino, antrąją – 20% likusio benzino. Po to bake liko 12 litrų daugiau, negu sunaudota per pirmąsias 2 dienas. Kiek litrų benzino iš pradžių buvo bake?

Ats.: 60 l.

15. Dviejuose maišuose yra 140 kg cukraus. Jei iš pirmojo maišo perpilsime į antrąjį 12,5% jame esančio cukraus, tai abiejuose maišuose cukraus bus po lygiai. Po kiek kilogramų cukraus yra kiekviename maiše?

Ats.: 80 kg; 60 kg.

16. Įrištos knygos kaina 24 Lt. Įrišimo kaina sudaro 20% neįrištos knygos kainos. Kiek kainuoja neįrišta knyga? Ats.: 20 Lt.

17. Butelis su kamščiu kainuoja 24 ct. Kamštis 80% pigesnis už butelį. Kiek kainuoja butelis ir kiek kamštis?

Ats.: 20 ct; 4 ct.

18. Knygos kaina sumažinta tiek procentų, kiek litų kainavo prieš sumažinant kainą. Keliais procentais sumažinta knygos kaina, jei dabar ji kainuoja 16 Lt?

Ats.: 20%.

19. Dviejų skaičių suma lygi 2490. Vieno skaičiaus 6,5% yra lygus kito skaičiaus 8,5%. Raskite tuos skaičius.

Ats.: 1411; 1079.

20. 3 maišuose yra 64,2 kg cukraus. Antrojo maišo cukrus sudaro 80% to, kas pirmajame maiše, o trečiajame maiše – 42,5% to, kas antrajame maiše. Kiek cukraus yra kiekviename maiše?

Ats.: 30 kg; 24 kg; 10,2 kg.

3. Skaičiaus radimas iš jo procentų

Šiuose uždaviniuose reikia rasti skaičių, žinant kelis jo procentus. Norint rasti visą skaičių, žinant kelis jo procentus, reikia procentus išreikšti trupmena, po to duotąjį skaičių padalyti iš gautosios trupmenos.

Pavyzdžiui, rasime skaičių, kurio 12% yra lygus 24.

12% atitinka $\frac{3}{25}$; 24:$\frac{3}{25}$=200.

<u>Uždaviniai</u>

21. Klasėje nebuvo 4 moksleivių. Tai yra 12,5% visų to klasės mokinių skaičiaus. Kiek mokinių klasėje?

Ats.: 32 mok.

22. Mokyklos mokinių skaičius padidėjo 40% ir pasidarė lygus 560. Kiek naujų mokinių priimta į mokyklą?

Ats.: 160.

23. Pirmoje klasėje yra 15 berniukų. Tai sudaro 60% visų klasės mokinių skaičiaus. Pirmokai sudaro 5% viso mokyklos mokinių skaičiaus. Kiek mokinių mokykloje? Ats.: 500 mok.

24. Džiovinami obuoliai nustoja 84% savo svorio. Kiek reikia šviežių obuolių, kad gautume 10 kg džiovintų?

Ats.: 62,5 kg.

25. Muilo svoris 55% didesnis už svorį taukų, vartojamų muilui gaminti. Kiek reikia taukų 31 kg muilo pagaminti?

Ats.: 20 kg.

26. Darbininkas, kuriam darbo užmokestis padidintas 15%, gauna per mėnesį 552 Lt. Kiek jis gaudavo prieš pakeliant darbo užmokestį?

Ats.: 480 Lt.

27. Dviratininkas pirmąją dieną nuvažiavo 20% viso kelio, antrąją – 40% likusios kelio dalies, o trečiąją – paskutinius 78 km. Kiek kilometrų dviratininkas nuvažiavo per tris dienas?

Ats.: 162,5 km.

28. Grietinėlės, gaunamos iš pieno, svoris sudaro 21% pieno svorio; sviestas, sumuštas iš grietinėlės, sudaro 23% grietinėlės. Kiek reikės pieno 483 kg sviesto pagaminti? Ats.: 10 t.

4. Procentinio santykio uždaviniai

Norint, rasti skaičių a ir b procentinį santykį, reikia tų skaičių santykį padauginti iš 100%.

Pavyzdžiui, skaičių 2 ir 5 procentinis santykis yra $\frac{2}{5} \cdot 100\% = 40\%$.

Sprendimą galima užrašyti ir taip: $\frac{2}{5} = 0{,}4\ atitinka$ 40%.

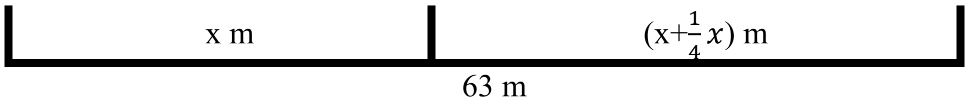
I. Uždaviniai, kai yra žinomas procentinis santykis, o reikia rasti pačius skaičius.

Nežinomąjį skaičių galima pažymėti x ir laikyti lygiu 1, arba lygiu 100%.

Įsidėmėkite, kad x (1; 100%) patogu pažymėti tą dydį, su kuriuo kitas dydis yra palyginamas.

29. 63 m ilgio virvė padalyta į dvi dalis taip, kad viena dalis 25% ilgesnė už kitą. Raskite kiekvienos dalies ilgį.

Sprendimas.



Tarkime, x m – trumpesniosios dalies ilgis. Kita dalis yra 25% ilgesnė t.y. $\frac{1}{4}x$ ilgesnė, todėl jos ilgis – (x+ $\frac{1}{4}x$) m.

x+(x+$\frac{1}{4}x$)=63;

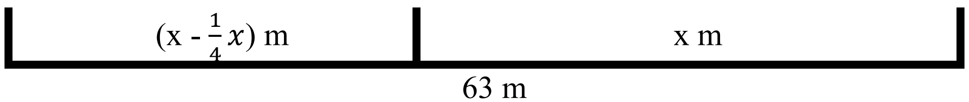
x=28.

$\frac{5}{4}x = \frac{5}{4} \cdot 28 = 35.$

Ats.: 28 m; 35 m.

30. 63 m ilgio virvė padalyta į dvi dalis taip, kad viena dalis 25% trumpesnė už kitą. Raskite kiekvienos dalies ilgį.

Sprendimas.



Tarkime, x m – ilgesniosios dalies ilgis. Kadangi kita dalis yra 0,25x trumpesnė, tai jos ilgis lygus (x - $0{,}25x$) m.

x+ (x - $0,25x$)=63;

x=36

$0,75x = 0,75 \cdot 36 = 27.$ Ats.: 27 m; 36 m.

31. Slidės kainuoja 160 Lt, batai – 200 Lt. Keliais procentais slidės pigesnės už batus?

Ats.: 20%.

32. Slidės kainuoja 160 Lt, batai – 200 Lt. Keliais procentais batai brangesni už slides?

Ats.: 25%.

33. Pirmasis skaičius 20% mažesnis už antrąjį. Keliais procentais antrasis skaičius didesnis už pirmąjį?

Ats.: 25%.

34. Pieštukas ir sąsiuvinis kainuoja 1 Lt. Pieštukas 75% pigesnis už sąsiuvinį. Kiek kainuoja sąsiuvinis?

Ats.: 0,8 Lt.

35. Skaičius *A* sudaro 25% skaičiaus B. Raskite skaičių *B* ir *A* procentinį santykį.

Ats.: 400%.

36. Skaičius *B* sudaro 40% skaičiaus *A*. Raskite skaičių *A* - *B* ir *B* procentinį santykį.

Ats.: 150%.

37. Skaičių *A ir B* procentinis santykis lygus 35%. Raskite skirtumą *B* - *A,* jei *A*+*B*=54.

Ats.: 26.

38. Teigiamų skaičių *A* ir *B* procentinis santykis lygus 80%. Raskite *A*+*B*, jei *A*·*B*=180.

Ats.: 27.

39. Nuo skaičiaus 3240 atmeskite nulį. Kiek procentų duotojo skaičiaus sudarys naujasis skaičius?

Ats.: 10%.

40. Šaukštelis, lėkštelė ir puodukas kainuoja 4,6 Lt. Lėkštutė 60% brangesnė už šaukštelį, o puodukas 25% brangesnis už lėkštutę. Kiek kainuoja šaukštelis, lėkštutė ir puodukas?

Ats.: 1 Lt; 1,6 Lt; 2 Lt.

41. Batai, paltas ir kostiumas kainuoja 750 Lt. Batai 20% pigesni už paltą, o paltas $16\frac{2}{3}$% pigesnis už kostiumą. Kiek kainuoja batai, paltas ir kostiumas?

Ats.: 200 Lt; 250 Lt; 300Lt.

42. Batai, paltas ir kostiumas kainuoja 950 Lt. Paltas 20% brangesnis už batus, bet 25% pigesnis už kostiumą. Kiek kainuoja batai, paltas ir kostiumas?

Ats.: 250 Lt; 300 Lt; 400Lt.

43. Diržas, piniginė ir pirštinės kainuoja 73 Lt. Kiek kainuoja kiekviena prekė atskirai, jei piniginė 25% brangesnė už diržą, o pirštinės 40% brangesnės už diržą.

Ats.: 20 Lt; 25 Lt; 28 Lt.

5. Procentinio pokyčio uždaviniai

Norint rasti, keliais procentais pakito dydis, reikia: a) rasti keliais vienetais pakito šis dydis;

b) pagalvoti, su kuriuo skaičiumi šį pokytį palyginsime, t. y. iš ko padalysime.

44. Batai pabrango nuo 160 Lt iki 200 Lt. Keliais procentais pabrango batai?

Sprendimas. Batai pabrango 200 - 160= 40 (Lt). Kadangi kalbama apie pabrangimą, tai kainų skirtumą reikia palyginti su pradine kaina. Turime

$\frac{40}{160} \cdot 100\% = 25\%.$

Ats.: 25%.

45. Batai atpigo nuo 200 Lt iki 160 Lt. Keliais procentais atpigo batai?

Sprendimas. Batai atpigo 200 – 160 = 40 (Lt). Šį skirtumą reikia palyginti su 200 Lt:

$\frac{40}{200} \cdot 100\% = 20\%.$

Ats.: 20%.

46. Sausio mėnesį prekės pabrango 20%, o vasario mėnesį dar pabrango 10%. Keliais procentais pabrango prekės per abu mėnesius?

Sprendimas. Sakykime, jog pradinė kaina buvo 1. Sausio mėn. kaina sudarė 100+20=120% pradinės kainos arba buvo 1,2 karto didesnė. Analogiškai vasario mėn. prekės kainos buvo 1,1 karto didesnės negu sausio. Todėl per du mėnesius prekės pabrango $1 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}1 = 1{,}32$ karto. Kainų pokytis sudaro 0,32 arba 32%. Ats.: 32%.

47. Sausio mėnesį prekės atpigo 20%, o vasario mėnesį dar 10%. Keliais procentais atpigo prekės per du mėnesius?

Sprendimas. Sakykime, pradinė kaina buvo 1. Sausio mėn. prekės atpigo 20%, t.y. sudarė 80% pradinės kainos arba 0,8. Panašiai vasario mėn. kainos sudarė 0,9 vasario mėn. kainos: $1 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}72$. Vadinasi, prekės atpigo 1 - 0,72= 0,28 arba 28%.

Ats.: 28%.

48. Dviejų skaičių suma lygi 440. Pirmasis dėmuo 75% didesnis už antrąjį. Raskite didesnįjį dėmenį.

Ats.: 280.

49. Atėminys 20% mažesnis už turinį. Keliais procentais turinys didesnis už atėminį?

Ats.: 25%.

50. Skaičių padidinome 25%. Keliais procentais naująjį skaičių reikia sumažinti, norint gauti pradinį skaičių?

Ats. 20%.

51. Skaičių sumažinome 25%. Keliais procentais jį reikia padidinti, norint gauti pradinį skaičių?

Ats.: $33\frac{1}{3}$%.

52. Jono ūgis 2 m, o Petro – 1,6 m. Keliais procentais Jonas aukštesnis už Petrą? Keliais procentais Petras mažesnis už Joną?

Ats.: 25%; 20%.

53. Parduotuvė pirmą dieną pardavė 20% viso turėto cukraus, o antrą dieną – 25% likučio po pirmos dienos. Kiek procentų cukraus liko neparduota?

Ats.: 60%.

54. Pirmą kartą prekių kainos sumažintos 15%, o antrą kartą – 20%. Keliais procentais sumažintos prekių kainos per abu kartus?

Ats.: 32%.

55. Pirmą kartą prekių kainos padidėjo 20%, o antrą kartą – 30%. Keliais procentais pabrango prekės per abu kartus?

Ats.: 56%.

56. Prekių kainos buvo didinamos tris kartus atitinkamai 10%, 20%, 25%. Keliais procentais pabrango prekės?

Ats.: 65%.

57. Prekių kainos buvo mažinamos tris kartus atitinkamai 10%, 20%, 25%. Keliais procentais atpigo prekės?

Ats.: 46%.

58. Pirmąją dieną parduota 25% visų turėtų prekių, o antrąją – 20% likusių po pirmosios dienos. Keliais procentais mažiau prekių parduota antrąją dieną?

Ats.: 40%.

59. Traktorininkas pirmąją dieną suarė 20% viso lauko, o antrąją – 40% likusio. Kiek procentų viso lauko suarė per 2 dienas?

Ats.: 52%.

60. Prekės atpigo 20%, po to dar 37,5%. Kelis kartus atpigo prekės?

Ats.: 2 kartus.

61. Prekių kainos kilo tris kartus atitinkamai 20%, 25% ir $33\frac{1}{3}$%. Kelis kartus pabrango prekės per tris kartus?

Ats.: 2 kartus.

5. Sudėtinių procentų formulė

Sakoma, kad prie indėlio priskaitomi sudėtiniai procentai. Turima galvoje „procentų procentai“, t.y. kiekvienų metų pabaigoje prie indėlio pridedamos metinės palūkanos, kad kitais metais palūkanos nuo indėlio būtų skaičiuojamos kartu su priaugusiomis palūkanomis.

Apskaičiuosime, kuria suma per *t* metų pavirs S_oLt indėlis, jei jis kasmet duoda *p* sudėtinių procentų. Kiekvienas indėlio litas praėjus vieneriems metams duos $\left(\frac{p}{100}\right)$ Lt palūkanų, todėl po metų iš 1 lito pasidarys $\left(1+\frac{p}{100}\right)$ Lt. Vadinasi, iš S_o litų per metus pasidarys $S_o\left(1+\frac{p}{100}\right)$ litų. Dar po metų (iš viso per du metus) kiekvienas iš tų $S_o\left(1+\frac{p}{100}\right)$ litų vėl pavirs $\left(1+\frac{p}{100}\right)$ litų. Vadinasi visas indėlis po 2 metų pavirs $S_o\left(1+\frac{p}{100}\right)^2$ litų. Apskritai, po *t* metų indėlis pavirs $S_o\left(1+\frac{p}{100}\right)^t$ litų. Pažymėję raide *S* pinigų sumą, kuria pavirs indėlis per *t* metus, gauname šią sudėtinių procentų formulę:

$$S=S_o\left(1+\frac{p}{100}\right)^t \quad (1)$$

čia S_o – pradinis indėlis, *p* – palūkanų procentas, *t* –laikas, *S* – indėlio suma po t metų.

Iš šios formulės galima rasti bet kurį iš keturių skaičių *S*, S_o, *p, t*, jei kiti trys duoti.

Pastabos. 1) Sudėtinių procentų formulę patogu naudoti ne tik finansiniuose skaičiavimuose, bet kartais ir sprendžiant uždavinius, sudarytus iš gamtos reiškinių, pavyzdžiui, apskaičiuojant šalies gyventojų skaičių, kiek medžių priauga miške ir t.t., jei kasmetinis padidėjimas išreiškiamas tuo pačiu procentų skaičiumi.

2) Jei pradinis dydis S_o kasmet mažėja tuo pačiu procentu, tai (1) formulė atrodo taip:

$$S=S_o\left(1-\frac{p}{100}\right)^t \quad (2)$$

62. Miesto gyventojų skaičius per dvejus metus padidėjo nuo 20000 iki 22050. Apskaičiuokime, kiek procentų vidutiniškai per metus padidėjo šio miesto gyventojų skaičius.

Sprendimas. Įrašę į (1) formulę S_o = 20000, *S* = 22050, *t* = 2, gauname

$22050 = 20000\left(1+\frac{p}{100}\right)^2$, $p = 5\%$. Ats.: 5%.

63. Per kiek metų indėlis, padėtas į banką iš 100 sudėtinių procentų, pasidarys keturgubas?

<u>*Sprendimas*</u>. Sakykime, pradinė indėlio suma S_o, galutinė $4S_o$.

$4S_o = S_o\left(1+\frac{100}{100}\right)^t$;

$4 = 2^t$;

$t = 2$.

Ats.: po 2 metų.

64. Du kartus sumažinus prekės kainą tuo pačiu procentu, ji atpigo keturis kartus. Keliais procentais buvo mažinama kaina kiekvieną kartą?

<u>*Sprendimas*</u>. Sakykime, pradinė prekės kaina – S_o, galutinė – $\frac{S_o}{4}$. Įrašę į (2) formulę, turime

$\frac{1}{4}S_o = S_o\left(1+\frac{p}{100}\right)^2$;

$\frac{1}{4} = \left(1+\frac{p}{100}\right)^2$;

$p = 50\%$. Ats.:50%.

65. Studento stipendija buvo didinama 2 kartus tuo pačiu procentu ir padidėjo 2,25 karto. Po kiek procentų stipendija buvo padidinta kiekvieną kartą?

Ats.: 50%.

66. Taupomasis bankas kiekvienų metų pabaigoje indėlininkams priskaičiuoja sudėtinius 2% palūkanų. Per 2 metus indėlininkas gavo 8,08 Lt palūkanų. Koks buvo jo indėlis?

Ats.: 200 Lt.

67. Medžių skaičius miške per 2 metus mažėjo po 25% ir liko 1350 medžių. Kiek medžių miške buvo iš pradžių?

Ats.: 2400.

68. Indėlis banke per 3 metus padidėjo 8 kartus. Kiek sudėtinių procentų palūkanų kasmet buvo priskaičiuojama?

Ats.: 100%.

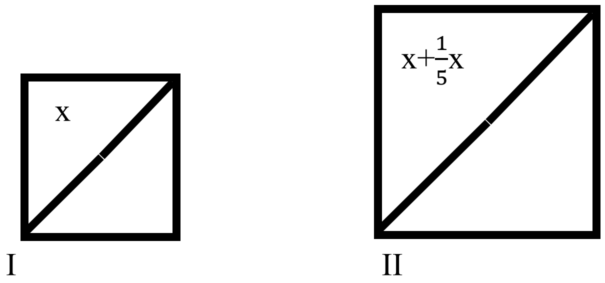
69. Per 2 metus žemės ūkio produkcija mažėjo tuo pačiu procentų skaičiumi ir sumažėjo 9 kartus. Keliais procentais kasmet sumažėdavo žemės ūkio produkcija? Ats.: $66\frac{2}{3}\%$.

6. Geometrinio turinio uždaviniai

Sprendžiant geometrinio turinio procentų uždavinius patogu įvesti vieną arba du kintamuosius. Jų rasti nereikia, nes skaičiuojant procentinį santykį pagalbiniai kintamieji susiprastina.

70. Kvadrato įstrižainė padidėjo 20%. Keliais procentais padidėjo kvadrato plotas?

Sprendimas.



Sakysime, x – pirmojo kvadrato įstrižainė.

Antrojo kvadrato įstrižainė 20% didesnė, todėl ji lygi $x+\frac{1}{5}x=\frac{6}{5}x$.

Pirmojo kvadrato plotas $S_1 = \frac{1}{2}x^2$, antrojo – $S_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{6}{5}x\right)^2=\frac{18}{25}x^2$.

Ploto pokytis $\Delta x = S_2 - S_1 = \frac{18}{25}x^2 - \frac{1}{2}x^2 = \frac{11}{50}x^2$.

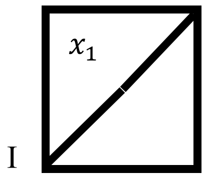
Vadinasi, kvadrato plotas padidėjo

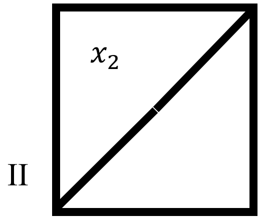
$\frac{\frac{11}{50}x^2}{\frac{1}{2}x^2} \cdot 100\% = 44\%.$

Ats.: 44%.

71. Kvadrato plotas padidėjo 69%. Keliais procentais padidėjo jo įstrižainė?

<u>*Sprendimas*</u>.





Kvadrato įstrižainių ilgius pažymėkime x_1 ir x_2, pirmojo kvadrato plotą *S*. Tada antrojo kvadrato plotas yra lygus *S*+0,69*S*=1,69*S*.

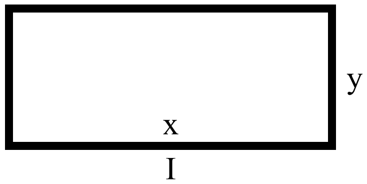
$\frac{1}{2}x_1^2 = S \Rightarrow x_1 = \sqrt{2S}$; $\quad \frac{1}{2}x_2^2 = 1{,}69S \Rightarrow x_2 = 1{,}3\sqrt{2S}$;

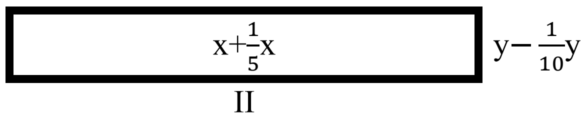
$\Delta x = x_2 - x_1 = 1{,}3\sqrt{2S} - \sqrt{2S} = 0{,}3\sqrt{2S}$;

$\frac{0{,}3\sqrt{2S}}{\sqrt{2S}} \cdot 100\% = 30\%$. Ats.: 30%.

72. Stačiakampio ilgis padidėjo 20%, o jo plotis sumažėjo 10%. Keliais procentais padidėjo stačiakampio plotas?

<u>*Sprendimas*</u>.





Pirmojo stačiakampio kraštinių ilgius pažymėkime x ir y.

Tada antrojo stačiakampio ilgis – x + $\frac{1}{5}$ x = $\frac{6}{5}$ x, o plotis lygus y− $\frac{1}{10}$y = $\frac{9}{10}$ y.

Pirmojo stačiakampio plotas S_1 = xy, o antrojo S_2=$\frac{6}{5}$ x·$\frac{9}{10}$ y.

Plotų pokytis $\Delta S = S_2 - S_1 = 0{,}08$ xy.

$\frac{0{,}08\text{xy}}{xy} \cdot 100\% = 8\%$. Ats.: 8%.

73. Kvadrato įstrižainės ilgis padidėjo 10%. Keliais procentais padidėjo jo plotas?

Ats.: 21%.

74. Kvadrato plotas padidėjo 96%. Keliais procentais padidėjo kvadrato įstrižainės ilgis?

Ats.: 40%.

75. Skritulio spindulio ilgis padidėjo 20%. Keliais procentais padidėjo skritulio plotas?

Ats.: 44%.

76. Skritulio plotas padidėjo 69%. Keliais procentais padidėjo skritulio spindulys?

Ats.: 30%.

77. Piramidės pagrindo plotas padidėjo 10%, o aukštinės ilgis – 20%. Keliais procentais padidėjo piramidės tūris?

Ats.: 32%.

78. Kvadrato įstrižainės ilgis sumažėjo 10%. Keliais procentais sumažėjo kvadrato plotas?

Ats.: 19%.

79. Skritulio plotas sumažėjo 36%. Keliais procentais sumažėjo spindulio ilgis?

Ats.: 20%.

80. Du apskritimai turi bendrą centrą. Mažesniojo apskritimo spindulys lygus $\frac{3}{5}$ didesniojo apskritimo spindulio. Keliais procentais sumažėtų tais apskritimais apriboto žiedo plotas, jei mažesniojo apskritimo spindulį padidintume 20%, o didesniojo apskritimo spindulį sumažintume 20%?

Ats.: 81%.

81. Stačiakampio viena kraštinė padidėjo 20%, o kita padidėjo 10%. Keliais procentais padidėjo stačiakampio plotas?

Ats.: 32%.

82. Viena stačiakampio kraštinė padidėjo 10%, o kita sumažėjo 20%. Keliais procentais sumažėjo stačiakampio plotas?

Ats.: 12%.

83*. Keliais procentais reikia padidinti skritulio spindulį norint, kad jo plotas padidėtų 2,25 karto?

Ats.: 50%.

84*. Keliais procentais reikia sumažinti kvadrato įstrižainę norint, kad jo plotas sumažėtų 51%?

Ats.: 30%.

85*. Kvadrato įstrižainės ilgis padidėjo 2 kartus. Keliais procentais padidėjo kvadrato plotas?

Ats.: 300%.

86. Skritulio plotas sumažėjo 4 kartus. Keliais procentais sumažėjo skritulio spindulys?

Ats.: 50%.

87*. Kvadrato įstrižainė du kartus padidinta tuo pačiu procentu, todėl kvadrato plotas padidėjo 46,41%. Keliais procentais buvo padidintas kvadrato įstrižainės ilgis?

Ats.: 10%.

7. Skysčių mišinių uždaviniai

Sprendžiant šio tipo uždavinius reikia pakartoti tirpalo koncentracijos apibrėžimą: koncentracija paprastai išreiškiama procentais.
Norint rasti tirpalo koncentraciją, reikia grynos medžiagos kiekį padalyti iš viso tirpalo svorio ir padauginti iš 100%.

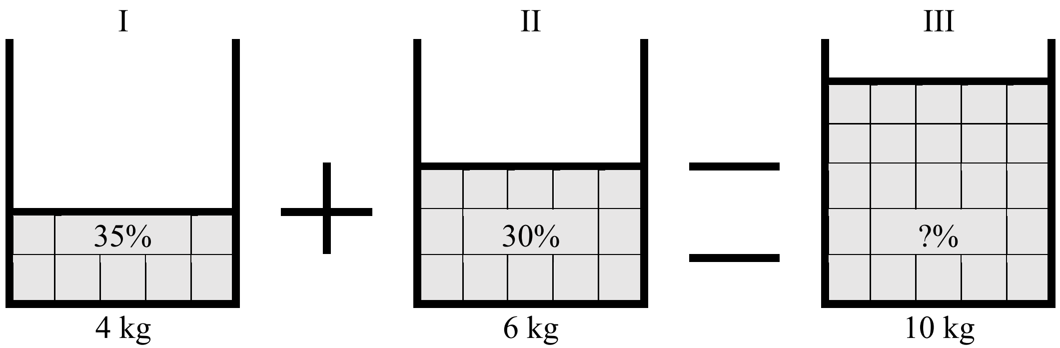
Pavyzdys. Į stiklinę, kurioje yra 40 g vandens, įdėta 10 g druskos. Kiek procentų druskos yra tirpale (kokia druskos koncentracija tirpale)?

$\frac{10}{40+10} \cdot 100\% = 20\%.$

Pastaba. Daugelyje matematikos uždavinynų skysčių mišinių uždavinių sąlygos yra nekorektiškos ta prasme, kad skysčių kiekis nurodomas tūrio vienetais (paprastai litrais). Sumaišius skysčius pakinta tankis ir mišinio tūris nėra lygus sumaišytų skysčių tūrių sumai. Todėl skysčių kiekis turėtų būti nurodytas kilogramais, gramais.

88. 4 kg skiedinio, turinčio 35% vandens, sumaišyti su 6 kg skiedinio, kuriame yra 30%vandens. Kiek procentų vandens yra gautame mišinyje?

Sprendimas. Grafiškai uždavinio sąlygą galima pavaizduoti taip:



$4 \cdot \frac{35}{100} = 1{,}4$ (kg) vandens yra pirmajame skiedinyje.

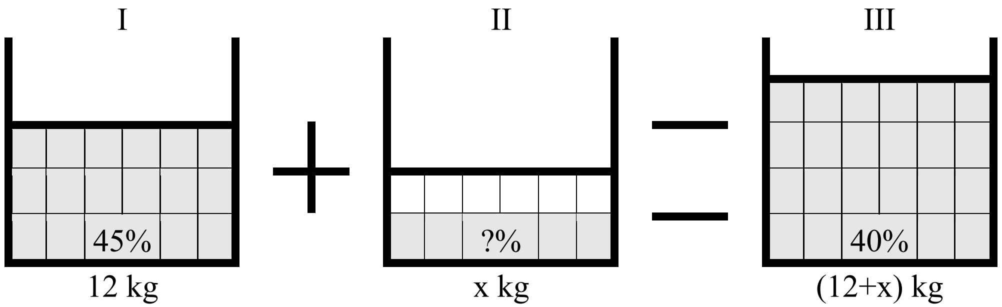
$6 \cdot \frac{30}{100} = 1{,}8$ (kg) vandens yra antrajame skiedinyje.

1,4+1,8 = 3,2 (kg) vandens yra trečiajame skiedinyje.

$\frac{3{,}2}{10} \cdot 100\% = 32\%$ vandens yra gautame mišinyje. Ats.: 32%.

89. Inde yra 12 kg 45% rūgšties tirpalo. Kiek kilogramų vandens į jį reikia įpilti, norint gauti tirpalą, kuriame būtų 40% rūgšties?

<u>*Sprendimas*</u>.



Sakykime, kad reikia įpilti x kg vandens, tada III inde yra (12+x) kg tirpalo $12 \cdot 0{,}45 = 5{,}4$ (kg) rūgšties yra I inde. Tiek pat rūgšties yra III inde. Todėl,

$\frac{5{,}4}{12+x} \cdot 100\% = 40\%;$

$x = 1{,}5.$

Ats.: 1,5 kg.

90. 3 kg 70% druskos tirpalas sumaišytas su 20 kg 90% druskos tirpalo. Kiek procentų druskos turi gautasis tirpalas?

Ats.: 78%.

91. Į tirpalą, kuriame buvo 40 g druskos, įpilta 200 g vandens, todėl druskos koncentracija sumažėjo 10%. Kokia buvo pradinė druskos koncentracija tirpale?

Ats.: 20%.

92. Dviejuose induose yra spirito ir vandens mišinys: pirmajame santykiu 3:2, antrajame santykiu 3:7. Po kiek kilogramų mišinio reikia paimti iš kiekvieno indo, norint gauti 12 kg mišinio, kuriame spirito ir vandens santykis būtų 3:5?

As.: 9 kg; 3 kg.

93. Pirmajame tirpale yra 800 g sieros rūgšties, antrajame – 600 g sieros rūgšties. Sumaišę abu tirpalus, gauname 10 kg mišinio. Kiek kilogramų kiekvienos rūšies tirpalo yra mišinyje, jeigu žinoma, kad pirmojo tirpalo sieros rūgšties koncentracija 10% didesnė negu antrojo?

Ats.: 4 kg; 6 kg.

94. Inde buvo 7 kg 63% rūgšties tirpalo. Nupylus jo 1 kg, į indą įpilta 1 kg vandens. Kiek procentų rūgšties turi gautasis mišinys?

Ats.: 54%.

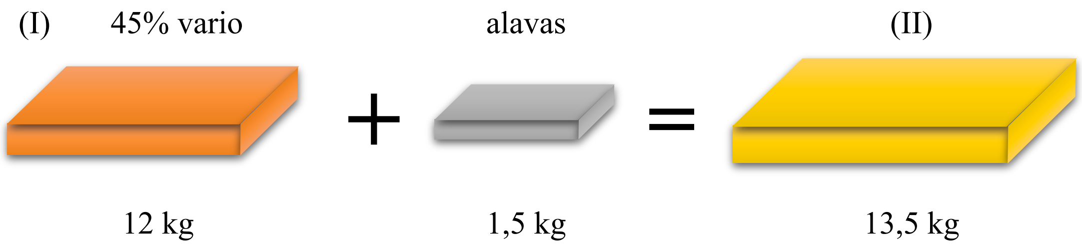
95*. Skystis, turintis 85% rūgšties, sumaišytas su kitu skysčiu. Gautas 10 kg mišinys, turintis 79% rūgšties. Kiek kilogramų pirmojo skysčio buvo prieš sumaišant, jeigu rūgšties procentų skaičius antrajame skystyje 66 didesnis, negu paties skysčio kilogramų skaičius?

Ats.: 6 kg.

8. Metalų lydinių uždaviniai

96. Vario ir alavo lydinys sveria 12 kg. Jame vario yra 45%. Į lydinį pridėta 1,5 kg alavo. Kiek procentų vario turi naujasis lydinys?

<u>*Sprendimas*</u>.



II lydinys sveria 12+1,5=13,5 (kg).

$12 \cdot \frac{45}{100} = 5{,}4$ (kg) yra vario *I lydinyje.* Tiek pat vario turi *II lydinys*, todėl jo vario procentas yra $\frac{5{,}4}{13{,}5} \cdot 100\% = 40\%$.

Ats.: 40%.

97. Vienas lydinys sveria 4 kg. Jame yra 10% vario. Kitas lydinys sveria 6 kg. Jame yra 20% vario. Abu lydiniai sulydyti į vieną. Kiek procentų vario turi naujasis lydinys?

Ats.: 16%.

98. Lydinyje, kurio masė 16 kg, yra 25% vario. Kiek kilogramų gryno vario reikia pridėti, norint gauti lydinį, kuriame būtų 40% vario?

Ats.: 4 kg.

99. Vienas lydinys turi 15% vario, o kitas – 25% vario. Po kiek kilogramų reikia paimti kiekvienos rūšies lydinio, norint gauti 10 kg lydinio, turinčio 20% vario?

Ats.: po 5 kg.

100. Turime du vario ir sidabro lydinius; viename šių metalų svorių santykis lygus 3:2, o kitame – 3:7. Po kiek kilogramų reikia paimti kiekvienos rūšies lydinio, norint gauti 12 kg lydinio, kuriame vario ir sidabro santykis būtų lygus 3:5?

Ats.: 9 kg ir 3 kg.

101*. Pirmajame lydinyje vario yra 6 kg, o antrajame – 12 kg. Sulydę šiuos lydinius gavome lydinį, turintį 36% vario. Kiek procentų vario buvo pirmajame ir kiek antrajame lydinyje, jeigu pirmajame lydinyje vario 40% mažiau.

Ats.: 20% ir 60%.

102. Pirmasis lydinys sveria 8 kg ir jame yra 20% alavo. Jis sulydytas su 12 kg antrojo lydinio. Gautas trečiasis lydinys turi 23% alavo. Kiek procentų alavo buvo antrajame lydinyje? Ats.: 25%.

9. Grybų, vaistažolių džiovinimo uždaviniai

Spręsdami šiuos uždavinius, nepamirškime, kad tiek šviežiuose, tiek džiovintuose grybuose, vaistažolėse ir kituose augaluose sausųjų medžiagų kiekis yra vienodas.

103. Iš 22 kg šviežių grybų gauname 2,5 kg džiovintų grybų, kuriuose yra 12% vandens. Kiek procentų vandens yra šviežiuose grybuose?

22 kg

12%

2,5 kg

<u>*Sprendimas*</u>. Kadangi džiovintuose grybuose yra 12% vandens, tai sausųjų medžiagų juose yra 100% - 12% = 88%. Jos sveria 2,5·0,88 = 2,2 (kg). Vadinasi, šviežiuose grybuose sausųjų medžiagų yra 2,2 kg, todėl juose esantis vanduo sveria 22 - 2,2 = 19,8 (kg). Vandens procentas šviežiuose grybuose yra lygus

$\frac{19,8}{22} \cdot 100\% = 90\%.$

Ats.: 90%.

104. Šviežiuose grybuose yra 90% vandens, o džiovintuose – 12% vandens. Kiek kilogramų džiovintų grybų gaunama iš 22 kg šviežių grybų?

Ats.: 2,5 kg.

105. Agurkų drėgnumas sumažėjo nuo 95% iki 90%. Keliais procentais sumažėjo agurkų masė?

Ats.: 50%.

106. Šviežiuose agurkuose buvo 95% vandens. Agurkams suvytus, jų masė sumažėjo 2 kartus. Kiek procentų vandens yra suvytusiuose agurkuose?

Ats.: 90%.

107. Šviežiuose grybuose yra 90% vandens. Juos džiovinant masė sumažėjo 8 kartus. Kiek procentų vandens yra džiovintuose grybuose?

Ats.: 20%.

108. Šviežios vaistažolės turi 90% vandens, o džiovintos – 80% vandens. Kelis kartus sumažėjo vaistažolių masė jas džiovinant?

Ats.: 2 kartus.

109. Džiovinant šviežius grybus, jų masė sumažėjo 8 kartus. Kiek procentų vandens turėjo švieži grybai, jei džiovinti grybai turi 20% vandens?

Ats.: 90%.

110. Džiovinant vaistažoles, jose esančio vandens procentas sumažėjo nuo 90% iki 20%. Keliais procentais sumažėjo vaistažolių masė?

Ats.: 87,5%.

111. Džiovinant grybus, jų masė sumažėjo 4 kartus, o jų drėgnumas sumažėjo 15%. Kiek procentų vandens yra džiovintuose grybuose?

Ats.: 80%.

112. Į sandėlį atvežta 6 t 10% drėgnumo druskos. Po kurio laiko druskos drėgnumas padidėjo 18%. Keliais kilogramais padidėjo druskos masė?

Ats.: 1500 kg.

113. Komersantas pirko 8 t 10% drėgnumo cukraus, mokėdamas po 2 Lt už kilogramą. Padidinęs cukraus drėgnumą 10%, pardavė po 2 Lt už kilogramą. Kiek litų pelno turėjo komersantas?

Ats.: 2000 Lt.

114. Prieš sėją agurkų sėklos buvo mirkomos, todėl jų drėgnumas padidėjo nuo 20% iki 90%. Kelis kartus padidėjo sėklų masė?

Ats.: 8 kartus.

115. Vaistažolių drėgnumas padidėjo nuo 90% iki 95%. Keliais procentais padidėjo vaistažolių masė?

Ats.: 100%.

10. Nurodymai ir uždavinių sprendimai

31. Kainų skirtumą 200 – 160 = 40 (Lt) padalykite iš batų kainos ir padauginkite iš 100%.

32. Kainų skirtumą padalykite iš slidžių kainos.

33. x – 2-asis skaičius, x - $\frac{1}{5}$x = $\frac{4}{5}$ x – 1-asis skaičius. Jų skirtumas lygus $\frac{1}{5}$ x· $\left(\frac{1}{5}x : \frac{4}{5}x\right)$·100% = 25%.

34. x Lt – sąsiuvinio kaina, 0,25x Lt – pieštuko kaina.

x+ 0,25x = 1;

x = 0,8.

35. B = x; A = 25x; $\frac{B}{A} \cdot 100\% = \frac{x}{0{,}25x} \cdot 100\% = 400\%.$

36. A = x; B = 0,4x; A – B = 0,6x; $\frac{A-B}{B} \cdot 100\% = \frac{0{,}6x}{0{,}4x} \cdot 100\% = 150\%.$

37. Kadangi $\frac{A}{B} \cdot 100\% = 35\%$; tai $\frac{A}{B} = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$; Iš čia A = 7x; B = 20x; A+B = 54 ⇒

27x =54; x = 2.

Todėl, B - A = 13x = 26.

38. Kadangi $\frac{A}{B} \cdot 100\% = 80\%$, tai $\frac{A}{B} = \frac{4}{5}$ ⇒ A = 4x; B = 5x;

4x·5x = 180 ⇒ x = 3; todėl A+B = 9x = 27.

39. Atmetę skaičiaus3240 nulį, gauname 324. (324:3240)·100% = 10%.

40. x Lt – šaukštelio kaina. x+0,6x = 1,6x – lėkštutės kaina.

1,6x+1,6x·0,25 = 2x – produkto kaina.

x+1,6x+2x = 4,6;

x = 1.

41. x Lt – kostiumo kaina;

x - $\frac{16\frac{2}{3}}{100}$x = $\frac{5}{6}$ x (Lt) – palto kaina;

$\frac{5}{6}$ x·0,8 = $\frac{2}{3}$ x (Lt) – batų kaina;

x+ $\frac{5}{6}$x + $\frac{2}{3}$ x = 750;

x = 300.

42. x Lt – batų kaina; x + $\frac{20}{100}$x = $\frac{6}{5}$x (Lt) – palto kaina.

$\frac{6}{5}$x·$\frac{100}{75}$ = $\frac{8}{5}$ x (Lt) – kostiumo kaina;

x+ $\frac{6}{5}$ x + $\frac{8}{5}$ x = 950;

x = 250.

43. x Lt – kainuoja diržas; x + $\frac{25}{100}$x = $\frac{5}{4}$x (Lt) – kainuoja piniginė.

x + $\frac{40}{100}$x = $\frac{7}{5}$x (Lt) – kainuoja pirštinės.

x+ $\frac{5}{4}$x + $\frac{7}{5}$x = 73;

x = 20.

48. x – antrasis dėmuo; x + $\frac{75}{100}$x = $\frac{7}{4}$x – pirmasis dėmuo.

x+$\frac{7}{4}$x = 440;

x = 160.

49. x – turinys. x - $\frac{20}{100}$x = $\frac{4}{5}$x – atėminys. x - $\frac{4}{5}$x = $\frac{1}{5}$x – skirtumas.

$\frac{\frac{1}{5}x}{\frac{4}{5}x} \cdot 100\% = 25\%.$

50. x – pradinis skaičius. x +0,25x = 1,25x – padidintas skaičius.

1,25x – x = 0,25x – jų skirtumas.

$\frac{0,25x}{1,25x} \cdot 100\% = 20\%.$

51. x – pradinis skaičius. x - 0,25x = 0,75x – sumažintas skaičius.

x - 0,75x = 0,25x – skaičių skirtumas.

$\frac{0,25x}{0,75x} \cdot 100\% = 33\frac{1}{3}\%$.

52. Jonas aukštesnis už Petrą $\frac{0,4}{1,6} \cdot 100\% = 25\%$. Petras mažesnis už Joną

$\frac{0,4}{2} \cdot 100\% = 20\%$.

53. *I būdas*. x kg cukraus buvo parduotuvėje. 1 – ąją dieną pardavė $\frac{1}{5}$x kg cukraus ir liko

x - $\frac{1}{5}$x = $\frac{4}{5}$x kg cukraus. $\frac{4}{5}$x$\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{5}$x kg cukraus parduota 2 – ąją dieną.

$\frac{4}{5}$x - $\frac{1}{5}$x = $\frac{3}{5}$x kg cukraus liko po dviejų dienų.

$\frac{\frac{3}{5}x}{x} \cdot 100\% = 60\%$.

II būdas. Po pirmos dienos liko 80% viso cukraus. Antrąją dieną pardavė 80%$\cdot\frac{25}{100}$ = 20% viso cukraus.

Vadinasi po dviejų dienų liko neparduota 80% - 20% = 60% viso cukraus.

54. žr. 47 uždavinio sprendimą.

55. žr. 46 uždavinio sprendimą.

56. Sakykime, pradinė prekių kaina 1. Po pirmojo pabrangimo prekių kaina buvo 110% arba 1,1 kartų didesnė. Po antrojo pabrangimo prekės buvo 1,2 karto brangesnės, po trečiojo – 1,25 karto brangesnės:

1,1·1,2·1,25=1,65.

Per tris kartus prekės pabrango1,65 – 1 = 0,65, arba65%.

57. Sakykime, pradinė kaina – 1. Atpigus tris kartus, jos atitinkamai kainavo 0,9; 0,8; 0,75.

1·0,9·0,8·0,75 = 0,54.

Kainos sumažėjo 1 - 0,54 = 0,46, arba 46%.

58. Po pirmosios dienos liko 100% – 25% = 75% prekių. Antrąją dieną pardavė $75\cdot\frac{20}{100}$ t.y. 15% visų prekių. 25% - 15% = 10% visų prekių antrąją dieną pardavė mažiau negu pirmąją. $\frac{10\%}{25\%}\cdot 100\% = 40\%$.

59. Po pirmos dienos liko nesuarta 100% – 20% = 80% viso lauko.

Antrąją dieną suarė $80\%\cdot\frac{40}{100}$=32% viso lauko. Vadinasi, per dvi dienas suarė 20% + 32%=52% viso lauko

60. Po pirmojo atpiginimo prekės kainuoja 100% – 20%=80% pradinės kainos.

Antrą kartą prekės atpigo $\frac{80\cdot 37{,}5}{100}$ = 30% pradinės kainos. Po dviejų atpigimų prekės kainuoja 80% - 30% = 50% pradinės kainos, arba 2 kartus pigiau.

61. žr. 56 uždavinio sprendimą.

65. $S = S_0\left(1+\frac{p}{100}\right)^t$. Šioje formulėje įrašę $S = 2{,}25S_0$, $t = 2$, turime

$2{,}25S_0 = S_0\left(1+\frac{p}{100}\right)^2$;

$\left(1+\frac{p}{100}\right)^2 = 2{,}25$;

$p = 50\%$.

66. $p = 2$, $t = 2$, todėl $S = S_0\left(1+\frac{1}{50}\right)^2$; iš čia $S - S_0 = S_0\left(\frac{1}{25}+\frac{1}{2500}\right)$; $8{,}08 = S_0\frac{101}{2500}$.

Iš čia $S_0 = 200$ Lt.

67. Formulėje $S=S_0\left(1-\frac{p}{100}\right)^t$ įrašę $t = 2$, $p = 25$, $S = 1350$, turime

$1350 = S_0\left(1-\frac{1}{4}\right)^2$;

$S_0 = 2400$.

68. Formulėje įrašę $t = 3$, $S = 8S_0$, turime

$8S_0 = S_0\left(1+\frac{p}{100}\right)^3$;

$p = 100\%$.

69. Formulėje $S = S_0\left(1-\frac{p}{100}\right)^t$ įrašę $S = \frac{1}{9}S_0$, $t = 2$, turime

$\frac{1}{9}S_0 = S_0\left(1-\frac{p}{100}\right)^2$;

$p = 66\frac{2}{3}\%$.

73. žr. 70 uždavinio sprendimą.

74. žr. 71 uždavinio sprendimą.

75. Sakykime, x – pirmojo skritulio spindulys. Tada $x+\frac{20}{100}x=\frac{6}{5}x$ – antrojo skritulio spindulys. $S_1=\pi x^2$; $S_2=\frac{36}{25}\pi x^2$.

$\Delta S=\frac{36}{25}\pi x^2-\pi x^2=\frac{11}{25}\pi x^2$;

$\frac{\frac{11}{25}\pi x^2}{\pi x^2}\cdot 100\%=44\%$.

76. Sakykime, S – pirmojo skritulio plotas, tada antrojo skritulio plotas – $1{,}69S$.

Skritulių spindulius pažymėkime r_1 ir r_2. Tada

$S = \pi r_1^2 \Rightarrow r_1=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$1{,}69S = \pi r_2^2 \Rightarrow r_2=1{,}3\sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$\Delta r = r_2 - r_1 = 0{,}3\sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$\frac{0{,}3\sqrt{\frac{S}{\pi}}}{\sqrt{\frac{S}{\pi}}}\cdot 100\% = 30\%$.

77. Sakykime, S – pirmosios piramidės pagrindo plotas, H – jos aukštinė.

$S + 0{,}1S = 1{,}1S$ – antrosios piramidės pagrindas, o $H + 0{,}2H = 1{,}2H$ – antrosios piramidės aukštinė

$V_1 = \frac{1}{3}SH$; $V_2 = \frac{1}{3} \cdot 1{,}1S \cdot 1{,}2H = 0{,}44SH$;

$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{8}{75}SH$;

$\frac{\frac{8}{75}SH}{\frac{1}{3}SH} \cdot 100\% = 32\%$.

78. Sakykime, x – duotojo kvadrato įstrižainės ilgis, tada 0,9x – sumažinto kvadrato įstrižainės ilgis.

$S_1 = \frac{1}{2}x^2$; $S_2 = \frac{1}{2}(0{,}9x)^2$.

$\Delta S = S_1 - S_2 = \frac{1}{2}x^2(1 - 0{,}81) = 0{,}095x^2$;

$\frac{0{,}095x^2}{\frac{1}{2}x^2} \cdot 100\% = 19\%$.

79. Sakykime, S – duotojo skritulio plotas, tada $0{,}64S$ – sumažinto skritulio plotas.

Jų spindulius pažymėkime r_1 ir r_2.

$S = \pi r_1^2 \Rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$0{,}64S = \pi r_2^2 \Rightarrow r_2 = 0{,}8\sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$\Delta r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} - 0{,}8\sqrt{\frac{S}{\pi}} = 0{,}2\sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$\frac{0{,}2\sqrt{\frac{S}{\pi}}}{\sqrt{\frac{S}{\pi}}} \cdot 100\% = 20\%$.

80. Sakykime, kad duotųjų koncentrinių apskritimų spinduliai R ir $\frac{3}{5}R$. Tada jais apriboto žiedo plotas lygus $S_1 = \pi R^2 - \frac{9}{25}\pi R^2 = 0{,}64\pi R^2$. Mažesniojo apskritimo spindulį padidinus 20%, jis lygus $\frac{3}{5}R + \frac{1}{5}\cdot\frac{3}{5}R = \frac{18}{25}R$. Didesniojo apskritimo spindulį sumažinus 20%, jis lygus $0{,}8R$. Antrojo žiedo plotas lygus

$\pi(0{,}8R)^2 - \pi\left(\frac{18}{25}R\right)^2 = 0{,}1216\,\pi R^2$;

$\Delta S = 0{,}64\,\pi R^2 - 0{,}1216\,\pi R^2 = 0{,}5184\,\pi R^2$;

$\frac{0{,}5184\,\pi R^2}{0{,}64\,\pi R^2}\cdot 100\% = 81\%$.

81. Sakykime, x ir y – duotojo stačiakampio kraštinės. Tada 1,2x ir 1,1y – padidinto stačiakampio kraštinės.

$S_1 = xy$; $S_2 = 1{,}32xy$.

$\Delta S = S_2 - S_1 = 0{,}32xy$;

$\frac{0{,}32xy}{xy}\cdot 100\% = 32\%$.

82. Sakykime, x ir y – duotojo stačiakampio kraštinės. Tada 1,1x ir 0,8y – antrojo stačiakampio kraštinių ilgiai.

$S_1 = xy$; $S_2 = 1{,}1x\cdot 0{,}8y = 0{,}88xy$.

$\Delta S = S_1 - S_2 = 0{,}12xy$; $\frac{0{,}12xy}{xy}\cdot 100\% = 12\%$.

83. Sakykime, S – duotojo skritulio plotas. Tada $2{,}25S$ – padidinto skritulio plotas.

$S = \pi r_1^2 \Rightarrow r_1 = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$2{,}25S = \pi r_2^2 \Rightarrow r_2 = 1{,}5\sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$\Delta r = r_2 - r_1 = 0{,}5\sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$\frac{0{,}5\sqrt{\frac{S}{\pi}}}{\sqrt{\frac{S}{\pi}}}\cdot 100\% = 50\%$.

84. Sakykime, S – duotojo kvadrato plotas, tada $0{,}49S$ – sumažinto kvadrato plotas.

Kvadratų įstrižaines pažymėkime x_1 ir x_2.

$S=\frac{1}{2}x_1^2 \Rightarrow x_1=\sqrt{2S}$;

$0{,}49S=\frac{1}{2}x_2^2 \Rightarrow x_2=0{,}7\sqrt{2S}$;

$\Delta x=x_1-x_2=0{,}3\sqrt{2S}$;

$\frac{0{,}3\sqrt{2S}}{\sqrt{2S}}\cdot 100\%=30\%$.

85. Sakykime, kad kvadratų įstrižainės lygios x ir 2x.

Tada $S_1=\frac{1}{2}x^2$; $S_2=\frac{1}{2}(2x)^2=2x^2$;

$\Delta S=S_2-S_1=1{,}5x^2$;

$\frac{1{,}5x^2}{\frac{1}{2}x^2}\cdot 100\%=300\%$.

86. Sakykime, skritulių plotai – S ir $\frac{S}{4}$. Jų spindulius pažymėkime r_1 ir r_2.

$S=\pi r_1^2 \Rightarrow r_1=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$\frac{1}{4}S=\pi r_2^2 \Rightarrow r_2=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$\Delta r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$;

$\frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}}{\sqrt{\frac{S}{\pi}}}\cdot 100\%=50\%$.

87. Kvadrato įstrižainių ilgius pažymėkime x_1 ir x_2. Remiantis sudėtinių procentų formule, turime $S_1=\frac{1}{2}x_1^2$; $S_2=\frac{1}{2}x_1^2\left(1+\frac{p}{100}\right)^4$;

$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{1}{2}x_1^2\left(\left(1+\frac{p}{100}\right)^4 - 1\right)$;

$\frac{\frac{1}{2}x_1^2\left(\left(1+\frac{p}{100}\right)^4-1\right)}{\frac{1}{2}x_1^2}\cdot 100\% = 46{,}41\%$;

p= 10%.

90. $3\cdot 0{,}7 = 2{,}1$ g druskos yra pirmajame tirpale.

$2\cdot 0{,}9 = 1{,}8$ g druskos yra antrajame tirpale.

$2{,}1+1{,}8 = 3{,}9$ g druskos yra trečiajame tirpale.

$\frac{3{,}9}{3+2}\cdot 100\% = 78\%$.

91. Sakykime, x g vandens yra pirmajame tirpale. Jame yra $\frac{40}{x+40}\cdot 100\%$ druskos.

Įpylus 200 g vandens, tirpale bus $\frac{40}{x+240}\cdot 100\%$ druskos. Pagal uždavinio sąlygą

$\frac{40}{x+40}\cdot 100\% - \frac{40}{x+240}\cdot 100\% = 10\%$;

x=160.   Tirpale buvo $\frac{40}{160+40}\cdot 100\% = 20\%$ druskos.

92. Sakykime, x kg mišinio reikia paimti iš pirmojo indo. x kg mišinio yra $\frac{3}{5}$x kg spirito, o (12 - x) kg antrojo mišinio yra $\frac{3}{10}$(12 - x) kg spirito. Pagal sąlygą

12 kg naujojo mišinio yra $12\cdot\frac{3}{8} = 4{,}5$ kg spirito, todėl

$\frac{3}{5}x + \frac{3}{10}(12 - x) = 4{,}5$;

x= 3.

93. Sakykime, pirmojo tirpalo mišinyje yra x kg. Jame yra $\frac{0{,}8}{x}\cdot 100\%$ sieros rūgšties. Antrojo tirpalo mišinyje yra (10-x) kg, o jame yra $\frac{0{,}6}{10-x}\cdot 100\%$ sieros rūgšties. Pagal sąlygą

$\frac{0{,}8}{x}\cdot 100\% - \frac{0{,}6}{10-x}\cdot 100\% = 10\%$;

x=4;   10-x=6.

94. 7 kg rūgšties tirpalo yra $\frac{7\cdot 63}{100}$ kg rūgšties. 1 kg rūgšties tirpalo yra $\frac{1\cdot 63}{100}$ kg rūgšties. Nupylus 1 kg tirpalo, inde liko $\frac{6\cdot 63}{100}$ kg rūgšties. Rūgšties procentas, įpylus 1 kg vandens, yra

$\frac{\frac{6\cdot 63}{100}}{7}\cdot 100\%$ =54%.

95. Sakykime, buvo x kg pirmojo skysčio. Jame buvo 0,85x kg rūgšties. Antrojo skysčio buvo (10-x) kg ir jis turėjo (10-x+66)%=(76-x)% rūgšties. (10-x) kg skysčio yra $\frac{(76-x)(10-x)}{100}$ kg rūgšties. 10 kg mišinio yra 10·0,79=7,9 kg rūgšties. Pagal sąlygą

$0{,}85x+\frac{(10-x)(76-x)}{100}=7{,}9;$

x=6.

97. Pirmajame lydinyje yra 4·0,1=0,4 (kg) vario. Antrajame lydinyje yra 6·0,2=1,2 (kg) vario. Naujasis lydinys sveria 4+6=10 (kg), o vario procentas jame yra

$\frac{0{,}4+1{,}2}{10}\cdot 100\%$=16%.

98. Duotajame lydinyje yra 16·0,25=4 (kg) vario. Sakykime, reikia pridėti x kg vario, tada naujasis lydinys svers (x+16) kg, o jame bus (x+16)·0,4 kg vario.

4+x=(x+16)·0,4;

x=4.

99. Sakykime, x kg reikia paimti iš pirmojo lydinio. Jame yra 0,15x kg vario. Antrojo lydinio reikia paimti (10-x) kg, o jame yra (10-x)·0,25 kg vario. Kadangi trečiajame lydinyje yra 10·0,2=2 kg vario, tai

0,15x+(10-x)·0,25=2;

x=5.

100. žr. 92 uždavinio sprendimą.

101. Sulydžius abu lydinius, naujasis lydinys turės 6+12=18 (kg) vario. Jo svoris $\frac{18\cdot 100}{36}$=50 kg. Sakykime, pirmajame lydinyje yra x% vario, tada antrajame – (x+40)%. Pirmojo lydinio masė – $\frac{6\cdot 100}{x}$ kg, o antrojo – $\frac{12\cdot 100}{x+40}$ kg. Gauname lygtį

$\frac{600}{x}+\frac{1200}{x+40}=50;$

x=20.

102. Trečiasis lydinys sveria 8+12 = 20 (kg). Jame yra 20·0,23 = 4,6 kg alavo.

Sakykime, kad antrajame lydinyje yra x% alavo. Tada antrojo lydinio alavas sveria $\frac{12\cdot x}{100}$ kg. Pirmojo lydinio alavas sveria 8·0,2 = 1,6 kg. Gauname lygtį

$1{,}6+\frac{12x}{100} = 4{,}6$;

x= 25.

104. Kadangi šviežiuose grybuose yra 90% vandens, tai sausųjų medžiagų yra 10%, todėl 22 kg šviežių grybų yra 22·0,1 = 2,2 kg sausųjų medžiagų. Tiek pat jų yra ir džiovintuose grybuose, t.y. 2,2 kg sausųjų medžiagų sudaro 88% džiovintų grybų. Vadinasi, džiovinti grybai sveria $\frac{2{,}2\cdot 100\%}{88\%}$ = 2,5 (kg).

105. *Pirmas būdas*. Sakykime, x kg sveria švieži agurkai. Juose yra 100% - 95% = 5% sausųjų medžiagų.

Jų svoris – $\frac{x\cdot 5}{100} = \frac{1}{20}x$ kg. Tiek pat sausųjų medžiagų yra agurkuose, kurių drėgnumas 90%, todėl jų masė $\frac{x}{20}\cdot\frac{100}{10} = \frac{x}{2}$ kg. Agurkų masė sumažėjo x - $\frac{x}{2} = \frac{x}{2}$ kg.

$\frac{\frac{x}{2}}{x}\cdot 100\% = 50\%$.

Antras būdas. Tarkime, x kg sveria švieži agurkai, y kg sveria suvytę agurkai.

0,05x kg sausųjų medžiagų yra šviežiuose agurkuose, 0,1y kg sausųjų medžiagų yra suvytusiuose agurkuose. Švieži ir suvytę agurkai sausųjų medžiagų turi po lygiai, todėl 0,05x = 0,1y. Iš čia $\frac{y}{x} = \frac{0{,}1}{0{,}05}$ = 0,5 arba 50%.

106. Tarkime, x kg sveria švieži agurkai ir 0,5x kg – suvytę agurkai, o jų drėgnumas *p*%. 0,05x kg sausųjų medžiagų yra šviežiuose agurkuose ir $\frac{x}{2}\cdot\frac{100-p}{100}$ kg suvytusiuose agurkuose. Kadangi sausųjų medžiagų turi po lygiai, tai

$0{,}05x = \frac{x}{2}\cdot\frac{100-p}{100}$;

p= 90%.

107. x kg sveria švieži grybai, $\frac{x}{8}$ kg džiovinti grybai. Šviežiuose grybuose yra 0,1x kg sausųjų medžiagų, todėl juose yra $\frac{x}{8} - 0{,}1x = \frac{x}{40}$ kg vandens.

$\left(\frac{x}{40}:\frac{x}{8}\right)\cdot 100\% = 20\%$.

108. x kg sveria šviežios vaistažolės, y kg sveria džiovintos vaistažolės. 0,1x kg sausųjų medžiagų yra šviežiose vaistažolėse ir 0,2y kg – džiovintose. Sausųjų medžiagų turi po lygiai, todėl 0,1x = 0,2y. Iš čia y = x : 2.

109. Tarkime, x kg sveria švieži grybai ir $\frac{1}{8}$x kg – džiovinti grybai, kuriuose yra $\frac{x}{8} \cdot \frac{80}{100} = \frac{x}{10}$ kg sausųjų medžiagų. Šviežiuose grybuose taip pat yra 0,1x kg sausųjų medžiagų, todėl vandens turi x - 0,1x = 0,9x kg. Vandens procentas šviežiuose grybuose lygus $\frac{0{,}9x}{x}$ = 0,90 arba 90%.

110. Tarkime, x kg sveria šviežios vaistažolės. Jose yra 0,1x kg sausųjų medžiagų. Džiovintose vaistažolėse 0,1x kg sausųjų medžiagų sudaro 80% jų svorio, todėl jos sveria 0,1x:0,8 = $\frac{x}{8}$ kg. Vaistažolių svoris sumažėjo x - $\frac{x}{8} = \frac{7}{8}$x =0,875x kg.

(0,875x : x)·100% = 87,5%.

111. Sakykime, švieži grybai sveria x kg, o džiovinti – $\frac{x}{4}$ kg, džiovintuose grybuose yra *p*% vandens. Tada šviežiuose grybuose yra (p+15)% vandens. Sausųjų medžiagų šviežiuose grybuose yra $\frac{x(100-p-15)}{100}$ kg, o džiovintuose – $\frac{x(100-p)}{4}$ kg. Sausųjų medžiagų šviežiuose ir džiovintuose grybuose yra po lygiai, todėl

$\frac{x(85-p)}{100} = \frac{x(100-p)}{4}$;

x= 80.

112. 6 t cukraus yra 6·0,9 = 5,4 t sausųjų medžiagų. Padidėjus cukraus drėgnumui, jame buvo 28% vandens arba 72% sausųjų medžiagų, todėl cukrus svėrė $\frac{5{,}4 \cdot 100}{72}$ = 7,5 t. Cukraus masė padidėjo 7,5-6 = 1,5 t.

113. 8 t cukraus yra 8·0,9 = 7,2 t sausųjų medžiagų. Padidėjus cukraus drėgnumui, jame buvo 80% sausųjų medžiagų, todėl cukrus svėrė 7,2:0,8 = 9 t. Cukraus masė padidėjo 1000 kg, todėl pelnas – 2000 Lt.

114. Sakykime, x kg svėrė agurkų sėklos prieš mirkymą ir y kg po mirkymo. 0,8x kg sausųjų medžiagų yra pirmosiose sėklose ir 0,1y kg – mirkytose sėklose. Sausųjų medžiagų yra po lygiai, todėl 0,8x = 0,1y. Iš čia $\frac{y}{x}$ = 8.

115. Sakykime, x kg sveria 90% drėgnumo vaistažolės. Jose yra 0,1x kg sausųjų medžiagų. 95% drėgnumo vaistažolėse sausųjų medžiagų yra 5%, todėl jos sveria 0,1x:0,05=2x kg. Vaistažolių masė padidėjo x kg. $\frac{x}{x} \cdot 100\%$ = 100%.